



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CLEIDISON CÂNDIDO DA SILVA

**Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele: um
estudo de caso envolvendo quadriláteros.**

Rio Tinto – PB

2015

CLEIDISON CÂNDIDO DA SILVA

Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele: um
estudo de caso envolvendo quadriláteros.

Trabalho de conclusão de curso apresentado à
Coordenação do Curso de Licenciatura em
Matemática como requisito parcial para obtenção
do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): Prof^a. Ms. Jussara Patricia
Andrade Alves Paiva

Rio Tinto – PB

2015

CLEIDISON CÂNDIDO DA SILVA

Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele: um estudo de caso envolvendo quadriláteros.

Trabalho Monográfico apresentado à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática como requisito parcial do título de Licenciado em Matemática.

Orientador (a): Prof^ª. Ms. Jussara Patricia Andrade Alves Paiva

Aprovado em: ____/____/____

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof^ª. Ms. Jussara Patricia Andrade Alves Paiva (Orientadora)
UFPB/ Departamento de Ciências Exatas

Prof^ª. Dr^a. Cristiane Fernandes de Souza
UFPB/ Departamento de Ciências Exatas

Prof^ª. Dr^a. Rogéria Gaudêncio do Rêgo
UFPB/ Departamento de Ciências Exatas

Este trabalho é dedicado a todos os meus familiares, que me apoiaram ao longo da caminhada aos meus grandes amigos que conquistei ao longo do curso, sendo eles alunos e professores.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me possibilitado alcançar essa conquista, pois tenho convicção que sem Ele nada conseguiria e nada sou.

À toda a minha família, meu pai Gilvan Cosmo, minha mãe Maria Cândido, o meu porto seguro, e ao meu grande irmão que sempre fez o possível para me ajudar. Mesmo enfrentando algumas barreiras, problemas familiares, entre outros, sempre estiveram comigo me dando forças e incentivando-me durante todo o curso para nunca desistir.

Agradeço também em especial a Alzicleide Pessoa, uma verdadeira mãe pra mim nessa caminha acadêmica. Alberis Lira, Rafael Pessoa e Alberis Junior, verdadeiros anjos que Deus colocou em minha vida para que a realização desse sonho se tornasse realidade, uma família que me apoiou em todos os momentos na cidade de Rio Tinto/PB e que sempre me estenderam as mãos quando eu precisei.

Também não poderia deixar de lembrar-me de alguns professores que me ajudaram a crescer profissionalmente e também como pessoa, profissionais altamente qualificados e amigos dos alunos, Agnes Liliane, Cristiane Fernandes e Cibelle Castro, professoras que me ensinaram bastante por meio das orientações em projetos acadêmicos. A Severina Andréa e ao professor Jamilson Ramos, por terem sido grandes amigos no início do curso e me incentivarem a desenvolver trabalhos na área da Geometria, e a minha orientadora, a professora Jussara Paiva, por acreditar em mim e juntos concluirmos este trabalho.

A minha namorada, amiga e companheira, Mirella Bezerra, que esteve comigo nos momentos mais felizes e tristes, me aconselhando e me orientando, com toda paciência possível comigo nesse final de curso.

E por fim, a todos os meus grandes amigos que fiz ao longo do curso na UFPB, Roberto Mariano, Samilly Souza, Kamillo Souza, Moisés Oliveira, Felipe Cabral, Byanca Matias, Luanna França, Cinthia Daniele, Antunes Menezes, Adriano Alves e Patrícia Nogueira, e também aos meus grandes amigos irmãos Josinaldo Santos, Gabriel Barbosa e Vivian Borges, que me deram um grande apoio na fase final do curso.

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste sonho.

A todos, o meu sincero obrigado!

“O futuro pertence àqueles que acreditam na
beleza dos seus sonhos.”

Eleanor Roosevelt

RESUMO

A pesquisa apresentada nesse trabalho teve por objetivo investigar, com base no Modelo desenvolvido pelos Van Hiele, o nível de pensamento geométrico do conceito de quadriláteros, para estudantes que estão concluindo o Ensino Fundamental em escolas na cidade de Rio Tinto – PB. A mesma foi dividida em quatro etapas: desenvolvimento de estudos e pesquisas de natureza bibliográfica; elaboração e aplicação do questionário investigativo; análise dos dados obtidos através do instrumento de investigação; e escrita do trabalho de conclusão de curso. Foram utilizados como referências teóricas os autores, Usiskin (1982), Jaime (1993), Crowley (1994), Nasser (1998), Paiva (2003), Lopes e Cândido (2007) e Van de Walle (2011). Tivemos como sujeitos de pesquisas alunos do 9º Ano de duas escolas da cidade de Rio Tinto – PB. Para a coleta dos dados foi utilizado um questionário com questões abertas e fechadas, as quais foram analisadas com base nos estudos realizados por Usiskin (1982) e Jaime (1993) acerca do Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos Van Hiele. A análise final dos dados obtidos por meio do instrumento de investigação possibilitou a identificação dos estudantes concluintes do Ensino Fundamental em casa um dos níveis do Modelo.

Palavras- chave: Educação Matemática; Geometria; Níveis de Van Hiele.

ABSTRACT

The research presented in this study aimed to investigate, based on the model developed by Van Hiele, the level of geometric thinking of the concept of quads, for students who are completing primary education in schools in the city of Rio Tinto - PB. The same was divided into four stages: development of studies and research in bibliographical; development and implementation of investigative questionnaire; analysis of data obtained through the research instrument; and writing the completion of course work. Were used as theoretical references the authors, Usiskin (1982), Jaime (1993), Crowley (1994), Nasser (1998), Paiva (2003), Lopes and Cueva (2007) and Van de Walle (2011). We had as subjects of research students in the 9th year of two schools in the city of Rio Tinto - PB. For data collection was used a questionnaire with open and closed questions, which were analyzed based on studies by Usiskin (1982) and James (1993) on the Geometric Thought Development Model of Van Hiele. The final analysis of the data obtained through research tool enabled the identification of the graduating students of elementary school home of the levels model.

Keywords: Mathematics Education; geometry; Van Hiele levels.

LISTA DE TABELAS

Tabela 01 - Resultados obtidos na primeira questão com os alunos da escola pública.....	45
Tabela 02 - Resultados obtidos na primeira questão com os alunos da escola privada.....	46
Tabela 03 - Resultados obtidos na segunda questão com os alunos da escola pública.....	48
Tabela 04 - Resultados obtidos na segunda questão com os alunos da escola privada.....	48
Tabela 05 - Resultados obtidos na quarta questão pelos alunos da escola pública.....	53
Tabela 06 - Resultados obtidos na quarta questão pelos alunos da escola privada.....	53
Tabela 07 - Valores para cada situação de resposta.....	56
Tabela 08 - Resultado geral em forma de % dos estudantes da escola pública.....	58
Tabela 09 - Resultado geral em forma de % dos estudantes da escola privada.....	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 01 - Os Níveis de Van Hiele para o Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria....	28
Quadro 02 - Ponderação da pontuação das questões avaliativas de acordo com os Níveis.....	56
Quadro 03 - Faixas para a classificação da nota de acordo com nível de Van Hiele.....	57
Quadro 04 - Situação de cada aluno da escola pública acerca de cada questão.....	57
Quadro 05 - os resultados da turma participante da escola pública.....	58
Quadro 06 - Situação de cada aluno da escola privada acerca de cada questão.....	59
Quadro 07 - os resultados da turma participante da escola particular.....	60

LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Resposta do estudante 03 na terceira questão.....	50
Figura 02 – Resposta do estudante 05 na terceira questão.....	50
Figura 03 – Resposta do estudante 13 na terceira questão.....	51
Figura 04 – Resposta do estudante 14 na terceira questão.....	52
Figura 05 – Recorte da quarta questão.....	54
Figura 06 – Resposta do estudante 14 na sexta questão.....	55

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1 JUSTIFICATIVA E PROBLEMÁTICA	14
1.2 OBJETIVOS	16
1.2.1 Objetivo Geral	16
1.2.2 Objetivos específicos	16
1.3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS	17
1.4. DESCRIÇÃO DO CORPO DO TRABALHO	18
2. APRESENTAÇÃO DO REFERENCIAL TEÓRICO	19
2.1 O ENSINO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA	20
2.2 OS OBJETIVOS PARA O ENSINO DA GEOMETRIA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS	22
2.3 O MODELO DE VAN HIELE DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO	26
3. APRESENTAÇÃO DOS DADOS E DISCUSSÃO	37
3.1 DESCRIÇÃO DA PESQUISA	37
3.1.1 Caracterização do ambiente da pesquisa	37
3.1.2 As turmas envolvidas na pesquisa	39
3.2 AS ETAPAS DA PESQUISA	40
3.3 ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO	41
3.4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS: ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS	44
3.4.1 Análise da primeira questão	44
3.4.2 Análise da segunda questão	46
3.4.3 Análise da terceira questão	48
3.4.4 Análise da quarta questão	52
3.4.5 Percepções acerca da quinta questão	54
3.4.6 Classificação dos estudantes em um determinado nível do pensamento geométrico por meio dos testes de identificação	56
CONSIDERAÇÕES FINAIS	63
REFERÊNCIAS	65
APÊNDICE	

1. INTRODUÇÃO

1.1 JUSTIFICATIVA E PROBLEMÁTICA

A Geometria está muito presente no nosso cotidiano, basta olharmos ao nosso redor e logo percebemos que estamos cercados de elementos da natureza, que apresentam similaridades com objetos geométricos como retas, curvas, superfícies planas ou de objetos que tem formatos geométricos. Portanto, a Geometria é uma área da matemática que oferece uma vasta extensão de aplicação em situações práticas, que podem auxiliar o ensino dessa disciplina dando uma significância e concretude para alguns conceitos. A aprendizagem da geometria consiste em um processo de investigação das formas por meio da observação, comparação, descrição, construção e modelação, e é durante esse processo que podem ocorrer o estabelecimento das relações das propriedades estudadas, a fim de proporcionar a sistematização dos conhecimentos geométricos tanto no plano como no espaço. Entretanto, apesar de tantas possibilidades de aplicação dessa área da Matemática no cotidiano percebemos muitas dificuldades no ensino e aprendizagem desse conhecimento.

Ao participarmos de projetos como o PIBID/Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência, o PIBIC/Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica, o PROMEB/Programa de Melhoria na Educação Básica, o PROEXT/Programa de Extensão Universitária e cursarmos as disciplinas de Estágios Supervisionados III e IV, nos deparamos com essas dificuldades, e observamos que a Geometria ainda é pouco explorada pelos professores em sala de aula. Este fato pode ser atribuído ao processo pelo qual o ensino da Geometria passou ao longo dos anos, quando teve seu espaço diminuído durante o período do Movimento da Matemática Moderna (PAVANELLO, 1993). E como muitos dos professores que estão na ativa atualmente estudaram sob a ótica desse movimento, esse é um dos pontos que podemos atribuir a esse fato. Dante (1996) atribui outra causa provável para essas dificuldades, que é o uso excessivo e incorreto do livro didático pelos educadores.

Esse fato já havia sido levantado por Lorenzato (1995, p. 03), no qual ele ressalta que “muitos professores não possuem domínio sobre essa ferramenta de ensino, utilizando o mesmo de forma inadequada”.

Mesmo que atualmente os livros didáticos tragam os conteúdos de Geometria ao longo de todo o livro, o que difere de décadas passadas quando estes conteúdos ficavam restritos aos últimos capítulos dos livros, muitos professores deixam para trabalhar esses conteúdos no final do ano letivo caso haja tempo hábil.

Os documentos oficiais apresentam indicações de como trabalhar esses blocos de conteúdos e o que são esperados dos mesmos. As Orientações Curriculares do Ensino

Médio/OCEM (BRASIL, 2006, p. 75) mesmo sendo um documento voltado para o Ensino Médio, objetiva muito bem a finalidade do ensino de Geometria.

O estudo da *Geometria* deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano, como, por exemplo, orientar-se no espaço, ler mapas, estimar e comparar distâncias percorridas, reconhecer propriedades de formas geométricas básicas, saber usar diferentes unidades de medida (BRASIL, 2006, p. 2006)

Em concordância com as OCEM acreditamos que todos os professores devem buscar trabalhar mais os conteúdos geométricos em salas de aula. As orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais/PCN enfatizam a necessidade de “dar ao professor uma visão do domínio geométrico de seus alunos” (BRASIL, 1998, P.82). Assim, pelas orientações dos PCN percebe-se a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos.

Adotamos o modelo de pensamento geométrico dos Van Hiele como principal arcabouço teórico para o desenvolvimento desta pesquisa, por entendermos que é o que mais se aproxima da nossa proposta de investigação. Assim, nesta pesquisa procuramos verificar: como está o nível do pensamento geométrico dos alunos concluintes do Ensino Fundamental do município de Rio Tinto/PB, quanto aos conceitos de quadriláteros?

Para delimitar nosso foco de pesquisa, exploramos o conteúdo de quadriláteros dentro da Geometria Plana, trabalhando com formas visuais e definições.

Para auxiliar na análise dos dados e classificação dos estudantes em um determinado nível do Modelo dos Van Hiele do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, nos inspiramos no teste elaborado e apresentado por Jaime (1993) em sua pesquisa de doutorado, bem como nos textos de Van de Walle (2011) e Usiskin (1982).

1.2 OBJETIVOS

Nessa seção apresentamos o nosso objetivo geral e os nossos objetivos específicos para obtenção dos resultados dessa pesquisa.

1.2.1 Objetivo Geral

Investigar, com base no Modelo desenvolvido pelos Van Hiele, o nível de pensamento geométrico, relativo aos de quadriláteros, de estudantes concluintes do Ensino Fundamental.

1.2.2 Objetivos específicos

- ✚ Buscar na literatura acadêmica pesquisas que aprofundam investigação teórica acerca da teoria dos Van Hiele;
- ✚ Elaborar o questionário avaliativo para ser aplicado na sala de aula com os estudantes sobre conceitos de quadriláteros;
- ✚ Identificar as estratégias utilizadas pelos alunos através das atividades propostas na sequência didática sobre quadriláteros;
- ✚ Analisar as respostas obtidas no questionário avaliativo, com base no Modelo dos Van Hiele.

1.3 CONSIDERAÇÕES METODOLÓGICAS

O estudo aqui apresentado pode ser classificado como uma pesquisa exploratória de acordo com os objetivos, onde investigamos o nível de compreensão geométrica dos estudantes que estão concluindo o ensino fundamental com relação ao ensino da Geometria de acordo com o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele. A pesquisa exploratória, segundo Gil (2008), pode ser caracterizada por proporcionar maior familiaridade com o problema. Este estudo pode envolver levantamento bibliográfico, aplicação de questionários investigativos e entrevistas, assumindo assim, uma forma de pesquisa caracterizada como estudo de caso (GIL, 2008).

Quanto aos instrumentos de pesquisa utilizamos a priori um questionário semiestruturado, composto por questões abertas e fechadas com o objetivo de identificarmos os níveis dos estudantes através das respostas obtidas e suas percepções acerca da temática aqui discutida.

As questões fechadas são as mais fáceis de serem respondidas, compiladas e tratadas estatisticamente. As questões abertas, por sua vez, se prestam melhor a coletar informações qualitativas. No entanto, são mais difíceis de serem obtidas, pois exige do sujeito que responde maior atenção e tempo. As informações fornecidas pelo questionário aberto podem ser agrupadas em categorias, sendo possível também sua quantificação (FIORENTINI E LORENZATO, 2006, p. 117).

Assim elegemos como sujeitos de estudo alunos que estivessem concluindo o Ensino Fundamental de uma determinada turma de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio e uma turma de um Colégio particula, ambas as instituições localizadas no município de Rio Tinto – PB.

Após a aplicação e análise das respostas obtidas a partir dos questionários realizados com os estudantes, que reconhecemos ser de suma importância para identificarmos alguns tópicos importantes a serem levados em consideração para construção das etapas posteriores, elaboramos uma sequência didática explorando em particular os quadriláteros.

A aplicação desta sequência didática com os alunos teve com objetivo identificar o nível de compreensão geométrica em que cada sujeito se encontravam com relação ao modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele. Os dados obtidos em cada uma das questões das atividades propostas de caráter investigativo, onde utilizamos o teste elaborado e apresentado por Jaime (1993) possibilitou analisarmos e identificarmos os níveis dos estudantes com relação ao o Modelo do Pensamento Geométrico.

1.4. DESCRIÇÃO DO CORPO DO TRABALHO

Este trabalho está estruturado em 03 capítulos. No primeiro fizemos um breve comentário sobre o quadro atual da matemática e sobre algumas dificuldades encontradas nesta área de conhecimento, assim como trazemos a justificativa da escolha pelo tema, traçamos os objetivos gerais e específicos e apresentamos também a metodologia da pesquisa.

No segundo capítulo apresentamos nosso referencial teórico fundamentado nas pesquisas realizadas por Usiskin (1982), Jaime (1993), Crowley(1994), Nasser (1998), Paiva (2003), Lopes e Cândido (2007) e Walle (2011).

No terceiro Capítulo trazemos a caracterização da escola onde foi realizada a intervenção, todo o procedimento da atividade com os alunos, assim como a descrição da aplicação da mesma, fazendo um paralelo com a análise dos resultados.

Por fim, fazem-se todas as Considerações Finais sobre a presente pesquisa, assim como trazemos os Apêndices e Anexos.

2. APRESENTAÇÃO DO REFERENCIAL TEÓRICO

Nessa seção apresentamos o nosso referencial teórico utilizado na elaboração dessa pesquisa, leituras de referências bibliográficas, livros e artigos que nos proporcionaram uma visão mais ampla sobre os objetivos e os objetos de pesquisas aqui trabalhados.

Apresentamos a importância de trabalhar a Geometria na Educação Básica com os estudantes desde o início de sua formação, pois temos consciência que a visão geométrica dos alunos é um dos primeiros contatos com a Matemática, pois até mesmo em brincadeiras a Geometria é trabalhada de forma imperceptível, através de brinquedos e desenhos com formas geométricas.

A Geometria proporciona o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, trabalha a visualização e desenvolve o raciocínio lógico, fazendo com que eles possam desenvolver o ato de relacionar o concreto com o abstrato através da visualização geométrica.

A geometria desempenha um papel fundamental no ensino porque ativa as estruturas mentais na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização; é tema integrador entre as diversas partes da Matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituintes de sua existência (FAINGUELERNT, apud FILLOS, 2006, p.2)

Dessa forma podemos perceber a importância de se estudar Geometria na disciplina de Matemática, ficando evidente sua contribuição na formação de qualquer ser humano.

Também apresentamos de forma geral como o Ensino da Geometria é trabalhado atualmente na Educação Básica e, consecutivamente, nos níveis superiores, relatando por meio de outras pesquisas e documentos que nos levaram a compreender o andamento dessa área na atualidade.

O que os documentos oficiais nos indicam para realizar um bom trabalho em sala de aula, quais os objetivos do Ensino da Geometria apresentados nesses documentos, são pontos importantes que abordamos de forma sucinta nesta seção, por fim, apresentamos de forma detalhada o modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele e como esse modelo vem adquirindo pouco a pouco seu devido espaço em nossos currículos quando nos remetemos ao Ensino da Geometria.

2.1 O ENSINO DA GEOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Para falar um pouco sobre a realidade que vivenciamos nos dias atuais com relação ao ensino da Geometria na Educação Básica, apresentamos aqui de forma sucinta uma explanação da história da Matemática que explica o abandono do Ensino da Geometria em salas de aula na disciplina de Matemática da Educação Básica.

É de conhecimento de poucos que a disciplina de Matemática nem sempre foi estruturada da forma que é vista atualmente. Os nossos antepassados estudavam Álgebra, Trigonometria, Aritmética e Geometria, só a partir de 1930, quando foi percebido que não faz sentido estudar esses conteúdos de forma separada e que uma área complementa a outra, foi criada a disciplina de Matemática, unificando essas quatro disciplinas no Brasil.

Com o passar do tempo, mesmo com a unificação, foi visto que o ensino de Matemática não estava atendendo às necessidades da população como deveria, pois as aulas estavam sendo ministradas de forma muito mecânica, recebendo o nome de ensino tradicional. No modelo do ensino tradicional o professor fala e o aluno ouve, como se o professor fosse um grande depósito de conhecimento e o aluno um recipiente que recebe o conhecimento repassado pelo professor. Este tipo de ensino não é considerado adequado, pois assim como Paulo Freire (1996, p. 27) diz, “ensinar não é transferir conhecimento, mas criar possibilidades que possam proporcionar sua própria produção ou construção dos conhecimentos.”

A metodologia de ensino usada pelos professores nas escolas de Educação Básica, assim com Pavanello (1993) ressalta passou a preocupar aos educadores e pesquisadores matemáticos.

O gradual abando do ensino da geometria, verificado nestas últimas décadas, no Brasil, é um fato que tem preocupado bastante os educadores matemáticos brasileiros e que, embora reflita uma tendência geral, é mais evidente nas escolas públicas, principalmente após a promulgação da Lei 5692/71 (PAVANELLO, 1993, p.07).

Essa preocupação deu início ao segundo e grande momento da história da Matemática, resultando o Movimento da Matemática Moderna.

De acordo com Pavanello (1993 apud Rêgo e Rêgo (2009), o ensino de Geometria foi sendo abandonado realmente a partir da implantação do Movimento da Matemática Moderna, conhecido como MMM, em razão do novo enfoque sugerido para o ensino, baseado na teoria dos conjuntos. Os professores que apresentavam dificuldades para adaptar-se a perspectiva tradicional, enfrentaram percalços ainda maiores, quando a orientação era que a Geometria

fosse ensinada segundo a dimensão das transformações (com base nos conceitos de isometrias). A partir disso o ensino de Geometria não foi concretizado de maneira alguma. A ênfase dada aos aspectos algébricos da Matemática nas décadas de 1960 e 1970, com o MMM, provocou o abandono em nossos programas escolares, do campo geométrico, reconhecido hoje como de inquestionável importância para a formação de nossos alunos onde devemos considerar os aspectos didáticos, históricos e científicos.

Com base nestes acontecimentos, com o passar dos anos o Ensino de Geometria foi sendo abandonado nas salas de aulas pelos professores, Lorenzato (1995) destaca dois fatores importantes que devem ser atentados quando falamos nesse contexto, sendo eles: a forte influência que o livro didático exerce sobre os professores, fazendo com que os mesmos acreditem que ele seja a forma mais correta de se ensinar o conteúdo ali abordado; e outro ponto não menos importante que este primeiro é a falta de preparação do professor, que não pode ensinar o que ele mesmo não sabe ou domina devido a sua formação, que também não o preparou para este ramo da Matemática.

O ensino da Matemática no geral continuou preocupando bastante os educadores e pesquisadores da área, levantando entre si o questionamento, “Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo?” Esse questionamento foi apresentado em forma de texto acadêmico por Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), no intuito de por em discussão qual das duas é mais importante e qual das áreas vem tendo mais espaço no ambiente escolar.

O que é mais importante no ensino de Matemática, a Álgebra ou a Geometria? O que é mais fundamental na formação do cidadão, o pensamento algébrico ou o pensamento geométrico? Que papel cultural e político desempenha estas duas formas de pensamento? Qual a especialidade de cada uma delas e que cuidados pedagógicos devemos ter no seu desenvolvimento? (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, 1992, p. 39)

Por estes e outros motivos, Pavanello (1993) diz que foi iniciado o terceiro movimento no ensino de Matemática, por volta de 1980, quando se iniciou o Movimento da Educação Matemática, que vem se estendendo até os nossos dias atuais. Este movimento busca investigar maneiras que facilitem o ensino da Matemática na Educação Básica em nosso país, apresentando pesquisas direcionadas para o campo da metodologia e investindo na formação de professores.

Porém, ainda é percebido em documentos oficiais que a nossa realidade ainda é crítica com relação à Matemática. Pesquisas direcionadas exclusivamente para o ensino de Geometria mostram o quanto ainda é carente o domínio de conteúdos geométricos na

formação de alunos da Educação Básica e até mesmo na formação de alunos de cursos de nível superior.

Falando em particular dos quadriláteros, Nasser (1998) ressalta em seu trabalho que um aspecto importante da sua proposta é uma inversão na ordem que os conceitos geométricos são apresentados nos livros didáticos, dizendo que:

O tópico de quadriláteros, tratado em geral após o estudo completo dos triângulos, incluindo congruência, foi antecipado. Isto para dar oportunidade aos alunos de progredir de nível de raciocínio, por meio do trabalho de classificação de quadriláteros, do estudo de suas propriedades e a relação entre elas, chegando à inclusão de classes. O desenvolvimento do raciocínio lógico-geométrico, através da identificação das propriedades mínimas necessárias para definir uma figura geométrica, possibilita ao aluno, mais tarde, verificar objetivamente as condições mínimas que garantam a congruência de triângulos (casos de congruências). (NASSER, 1998, p. 06).

Nasser por entender que os conteúdos geométricos ainda não são propostos nos livros didáticos da forma mais adequada, prejudicando assim o ensino e a aprendizagem da Geometria.

A Geometria, por sua vez, é a área da Matemática que apresenta um maior contato entre os conteúdos estudados em sala de aula e a realidade em que o aluno vive fora da sala de aula. A Geometria se torna a parte visível da Matemática, podendo relacionar na maioria das vezes os conteúdos com os objetos ao seu redor, podendo utilizar objetos presentes em seu cotidiano como exemplos dos conteúdos ao envolverem formas geométricas.

Documentos e resultados de pesquisas acadêmicas evidenciam que o ensino da Matemática no Brasil precisa de uma reformulação em seu campo metodológico, oferecendo uma formação mais adequada para os alunos da Educação Básica com relação aos conteúdos da Geometria.

2.2 OS OBJETIVOS PARA O ENSINO DA GEOMETRIA NOS DOCUMENTOS OFICIAIS

Após as três grandes mudanças que a Matemática sofreu em seu contexto histórico, a unificação da disciplina Matemática, o Movimento da Matemática moderna e o Movimento da Educação Matemática, o rendimento escolar dos estudantes da Educação Básica do Brasil apresenta dados não satisfatórios.

Esses dados vêm sendo apresentados aos longos dos anos em resultados obtidos em avaliações, como por exemplo, no SAEB e na Prova Brasil.

A matriz de referência que norteia os testes de Matemática do Saeb e da prova Brasil está estruturada sobre o foco Resolução de problemas. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado, quando os alunos têm situação desafiadoras para responder e trabalham para desenvolver estratégias de resolução (BRASIL, p. 106. 2011).

Dessa forma o SAEB e a Prova Brasil procuram avaliar o nível de aprendizado de alunos da Educação Básica em determinadas séries com os seus respectivos assuntos.

Para orientar as avaliações e facilitar a análise dos dados obtidos pelos estudantes, foi desenvolvido o que eles chamam de Matrizes de referências, onde existem os temas e os descritores específicos para cada tema. Cada descritor determina o que deveria ser de conhecimento do aluno ao final de cada ciclo de formação considerada.

Os conteúdos da Geometria estão presentes no primeiro e no segundo temas, o de Espaço e Forma, e também no tema referente a Grandezas e Medidas.

Assim, como resposta para as grandes preocupações com relação à Educação do nosso país, em particular o nosso sistema de Educação Básica, resultados esses evidenciado pelos exames do SAEB e da Prova Brasil foram elaborados documentos oficiais norteadores que tiveram por objetivos ajudar o planejamento de uma boa didática durante as aulas ministradas pelos educadores.

Em 1998, surgiram os Parâmetros Curriculares Nacionais/PCN dos anos finais do Ensino Fundamental. Esse documento é uma referência para auxiliar os professores em sala de aula, destacando que este documento não tem caráter obrigatório; ele não diz exatamente o que o professor deve fazer em suas aulas, deixando a escolha do professor analisar qual a melhor forma de se trabalhar usando os PCN, adaptando de acordo com os aspectos sociais os quais a escola está inserida.

Outros documentos vieram a emergir logo em seguida com o objetivo de proporcionar uma melhor Educação Básica para todas as crianças e adolescentes, mesmo aqueles que se encontram em locais socioeconômicos desfavoráveis.

Um desses documentos surgidos posteriormente foram os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio/PCNEM (2000). Os PCNEM têm por objetivo auxiliar os professores quanto à formação dos estudantes para a sociedade ao término da Educação Básica. Neste documento está especificado um dos objetivos do Ensino Médio que é formar pessoas qualificadas para o convívio em sociedade. Também foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais mais/PCN+ texto no qual é apresentada uma simplificação dos PCNEM e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio, as OCEM (2006).

Os próprios PCN (BRASIL, 1998) ressaltam a importância dos professores trabalharem corretamente com a Geometria, dizendo que:

O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51)

Dessa forma, é fácil observar que a Geometria oferece ao professor um leque de propostas para trabalhar os conteúdos, provocando o possível interesse pelo assunto nos próprios estudantes, visando que a Geometria é o ramo da Matemática mais presente no cotidiano dos nossos alunos.

Os PCN (BRASIL, 1998) abordam algumas formas de como trabalharmos os conteúdos geométricos em sala de aula, citando a construção e a utilização de maquetes tridimensionais como material de apoio.

[...] Outro aspecto importante refere-se ao uso de recursos como as maquetes tridimensionais, e não apenas as representações desenhadas. As maquetes, por exemplo, têm por objetivo, de um lado, contribuir para melhorar as imagens visuais dos alunos e, de outro, favorecer a construção de diferentes vistas do objeto pelas mudanças de posição do observador, frequentemente indispensáveis na resolução de problemas que envolvem a localização e movimentação no espaço. (BRASIL, 1998, p. 123)

Dessa forma, acreditamos que os conteúdos abordados em sala de aula podem ser apresentados pelos professores de forma mais dinâmica e com a participação dos alunos, trabalhando questões contextualizadas que explorem mais situações do seu cotidiano.

As OCEM (BRASIL, 2006) dividem a disciplina de Matemática no Ensino Médio em quatro grandes blocos de conteúdos, são eles: Números e operações; Função; Geometria; Análise de dados e Probabilidades.

Particularmente, é objeto de estudos da Geometria: o espaço em que vivemos, pois este é rico em exemplos que podemos utilizar em nossas aulas fazendo uma ligação da Matemática com o cotidiano do aluno, proporcionando uma relação entre o objeto de estudo com os objetos encontrados em seus meios. Também são estudadas as figuras, as quais podemos associar aos conteúdos de estudos, principalmente as que possuem formas de quadriláteros, que são as formas mais conhecidas e presentes no cotidiano dos alunos, fazendo com que eles possam criar em sua imaginação o objeto que represente tais objetos matemáticos. Por exemplo, ao falarmos da definição de quadrado, é importante que o

indivíduo cria em sua mente a imagem de um quadrado, ou saiba o que para ele é um quadrado. Também temos as medidas, que são aquelas que usamos na maior parte dos cálculos de áreas e de perímetros de figuras, usamos nos cálculos de volume entre outros.

As formas geométricas são uma das primeiras coisas que nos recordamos quando falamos em Geometria, pois logo nos lembramos de formas presentes em nosso dia a dia. A Geometria não é constituída apenas das representações de figuras, ela também possui seu lado abstrato formado por axiomas, teoremas, conceitos e propriedades.

A Geometria é um RAM da Matemática a qual o indivíduo convive no seu dia a dia e que deve ser aprimorada durante seu desenvolvimento educacional.

As OCEM (BRASIL, p. 92-93, 2006) também ressaltam pontos importantes que devemos nos atentar como professores de Matemática, ao ensinarmos conteúdos de Geometria em nossas aulas, dizendo que:

No estudo da geometria, também se podem provocar os alunos com a pergunta: “Como funcionam certos mecanismos do nosso cotidiano ou certos instrumentos de trabalho?”. São propriedades geométricas que explicam o funcionamento de um macaco de carro, dos brinquedos de uma praça infantil, do teodolito, do periscópio, da máquina fotográfica, do projetor de imagens. Também perguntas simples, como “Por que o parafuso é sextavado?” ou “Por que os prismas triangulares, junto com o movimento de rotação, são usados para veicular propagandas?”, são respondidas com conhecimento bastante elementar de geometria, que também possibilita inúmeras atividades de natureza interdisciplinar: os poliedros e os cristais, as simetrias nos seres vivos, a concha de Nautilus e a espiral de Arquimedes.

Dessa forma, fica clara a ligação dos conceitos geométricos com a realidade que presenciamos em nosso dia a dia, onde é indicado que os professores instiguem a curiosidade nos alunos para obter respostas para questionamentos propostos, permitindo dessa forma que o aluno observe o quanto a Geometria faz parte de sua vida, pois, como já destacamos anteriormente, a Geometria é o ramo da Matemática mais presente em nosso cotidiano, possibilitando que o professor possa usar isto ao seu favor durante o ensino e aprendizagem em suas aulas.

O trabalho com a planificação dos sólidos geométricos também é uma ótima forma aconselhada pelos documentos oficiais para se trabalhar algumas questões geométricas, pois as mesmas proporcionam aos estudantes uma visão que nem sempre é fácil para todos visualizarem sem um material de apoio que possa estimular essa competência geométrica dos estudantes.

Atráves da planificação de sólidos os alunos podem destiguir de quantas faces o sólido é composto, quais as formas planas de cada uma das faces e outros detalhes perceptíveis, como quantidade de vértices e arestas. O professor também pode usar sua criatividade para

desenvolver situações problemas que ao utilizar a planificação dos mesmos, a resolução fique mais viável para os alunos.

A Geometria em si oferece um leque de possibilidades e ferramentas para que os professores possam trabalhar em suas aulas buscando uma maior interação dos estudantes, proporcionando uma aula diferente e dinâmica. Esses documentos apresentam alguns pontos que devem ser levados em consideração pelos educadores no momento da elaboração de suas aulas, no intuito de obterem resultados favoráveis com relação não apenas ao Ensino da Geometria, mas também ao Ensino da Matemática como um todo.

2.3 O MODELO DE VAN HIELE DE DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Saber reconhecer um quadrado, mas não saber definir quadrado. Não saber diferenciar um retângulo de um quadrado. Afirmar que um quadrado também é um retângulo, mas que sua recíproca não é válida. Estas são situações diversas que acompanham nossos alunos no estudo da Geometria. Segundo os educadores holandeses, Dina Van Hiele Geldof e Pierre Van Hiele, esses pensamentos decorrem do nível de maturidade geométrica dos alunos, onde os mesmos apresentam formas e meios de raciocínios diferentes para aprender certos conhecimentos da área da Geometria, porém, é possível todos alcançarem tais conhecimentos.

Nem todas as pessoas pensam sobre as ideias geométricas da mesma maneira. Certamente, nós não somos todos iguais, mas somos todos capazes de crescer e desenvolver nossas habilidades de pensar e raciocinar em contextos geométricos (VAN DE WALLE, 2011. p. 439).

Dessa forma, pensando em como melhorar significativamente a formação dos alunos, idealizaram o Modelo para o Pensamento Geométrico denominado de Modelo de Van Hiele.

Este modelo emergiu dos trabalhos de doutorado de Dina Van Hiele-Geldof (1984 *apud* CROWLEY, 1994) e Pierre Van Hiele (1984b *apud* CROWLEY, 1994). Sua estrutura, organização e finalização foram aprimoradas e aperfeiçoadas apenas por Pierre Van Hiele, já que sua esposa faleceu pouco após terminar sua tese.

Segundo Van de Walle (2011) o trabalho dos Van Hiele iniciou-se em 1959, e logo despertou grande interesse nos educadores da área na União Soviética, no entanto, esse modelo passou longos anos sem receber sua devida importância nos Estados Unidos e em outros países ocidentais. Mas, atualmente este modelo se tornou um dos fatores mais

influentes quando nos remetemos ao ensino da Geometria, tanto nos países norte-americanos como em diversos outros países.

O Modelo de ensino e aprendizagem do Van Hiele consiste em cinco níveis de compreensão hierárquicos, que são dispostos em: visualização (básico); análise; dedução informal (abstração); dedução formal e, por último e pouco alcançado; o rigor (SHAUGHNESSY; BURGER, 1985, apud CROWLEY, 1994).

Tomando como apoio as pesquisas realizadas para a construção desse modelo propomos este estudo acreditando que cada aluno move-se, sequencialmente, a partir do nível inicial (básico), no qual o espaço é simplesmente observado caminhando para situações mais complexas e desafiadoras.

Crowley (1994) define cada um dos níveis do modelo de desenvolvimento geométrico dos Van Hiele da seguinte forma:

Nível 0¹ (nível básico): Visualização

Esse primeiro nível é a fase inicial do aprendizado do aluno, é quando ele começa a identificar modelos, formas que estão presentes no seu dia a dia, mas em momento algum, por exemplo, ele pode diferenciar um quadrado de um retângulo usando suas propriedades, ele consegue diferenciar um quadrado de um triângulo, mas não por suas propriedades, mas pela sua forma física.

Nível 1: Análise

Esse nível compreende a análise de figuras geométricas, podendo o aluno já começar a reconhecer algumas características que possam, aos poucos, ajudá-los a formar conceitos e diferenciar figuras, começando a perceber os conceitos de ângulos opostos, ângulos iguais, mas ainda não são capazes de compreender, nem tão pouco formar suas próprias definições.

Nível 2: Dedução informal (abstração)

Nesse nível os alunos já estão aptos a diferenciar figuras pelas suas propriedades, identificando características mínimas que os possibilitem identificar uma figura como um quadrado e dizer quais são as propriedades que diferenciam um quadrado de um retângulo,

entre outros. Em todo caso, nesse nível os alunos ainda não conseguem compreender o significado de dedução como um todo, nem tão pouco os axiomas. Os alunos ainda não conseguem enxergar todos os caminhos, como fazer uma demonstração ou provar algo, eles ainda não conseguem fazer suas próprias deduções corretamente.

Nível 3: Dedução formal

Nesse nível compreende-se o significado de dedução ligada a um sistema axiomático. O aluno já é capaz de construir demonstrações, enxergar a possibilidade de desenvolver a demonstração de mais de uma maneira e é capaz de fazer distinção entre uma afirmação e sua recíproca.

Nível 4: Rigor

Entre todos os níveis, o rigor é o mais difícil de ser alcançado. O aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, pode-se estudar geometria não euclidiana e comparar sistemas diferentes.

Crowley (1994) também ressalta que este último nível tem recebido menor atenção dos pesquisadores e os próprios Van Hiele reconheceram em seus estudos que os três primeiros níveis são mais interessantes para trabalhar com os estudantes da Educação Básica.

Nasser (1998) apresenta os níveis do Modelo dos Van Hiele, suas características e exemplifica cada um dos níveis, de modo sintético (Quadro 01).

Quadro 01: Os Níveis de Van Hiele para o Desenvolvimento do Raciocínio em Geometria.

Nível de Van Hiele	Características	Exemplos
1º Nível (Reconhecimento)	Reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por sua aparência global.	Classificação de recortes de quadriláteros em grupos de quadrados, retângulos, paralelogramos, losangos e trapézios.
2º Nível (Análise)	Análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades e uso dessas propriedades para resolver problemas.	Descrição de um quadrado através de propriedades: 4 lados iguais, ângulos retos, lados opostos iguais e paralelos.
3º Nível (Abstração)	Percepção da necessidade de	Descrição de um quadrado

	uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra; Argumentação lógica informal e ordenação de classes de figuras geométricas.	através de suas propriedades mínimas: 4 lados iguais, 4 ângulos retos. Reconhecimento de que o quadrado é também um retângulo.
4º Nível (Dedução)	Domínio do processo dedutivo e das demonstrações; Reconhecimento de condições necessárias e suficientes.	Demonstração de propriedades dos triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
5º Nível (Rigor)	Capacidade de compreender demonstrações formais. Estabelecimento de teoremas em diversos sistemas e comparação dos mesmos.	Estabelecimento e demonstração de teoremas em uma Geometria finita.

Fonte: Projeto Fundão, Nasser (1998).

Nasser (1998) também ressalta ser do seu interesse trabalhar apenas com os três primeiros níveis, justificando que o quarto e o quinto níveis são mais difíceis de serem alcançados pelos indivíduos.

Dessa forma, podemos observar que diferentes autores trazem visões semelhantes quando nos remetemos ao modelo dos Van Hiele.

Crowley (1994), além de apresentar o que há de específico em cada um dos níveis do Modelo, ele descreve algumas generalidades que o caracterizam, chamando-as de propriedades do Modelo. São elas: sequência; avanço; intrínseco e extrínseco; linguística e combinação inadequada.

Ele defende no primeiro item, sequência, que assim como na grande maioria das teorias, os indivíduos seguem de um nível para o outro de forma sequencial, podendo passar para o próximo nível apenas quando tiver assimilado bem os níveis precedentes.

Quanto ao avanço, ele descreve que o nível no qual o aluno se encontra depende mais do conteúdo que está sendo estudado e até mesmo da forma que está sendo ensinado. Jamais um estudante pode passar do nível um para o nível três sem ter passado pelo nível dois.

A progressão (ou não) de um nível para o outro depende mais do conteúdo e dos métodos de instrução recebidos do que da idade. Nenhum método de ensino permite ao aluno pular um nível; alguns métodos acentuam o progresso, ao passo que outros o retardam ou até impedem a passagem de um nível para o outro (CROWLEY, p. 05, 1994).

Logo podemos observar o quanto é importante e merece bastante atenção dos professores em sala de aula esse item, que fala da forma que se dá o avanço de um nível para o outro.

Em seguida temos o intrínseco e extrínseco, ou seja os objetos estudados em um determinado nível do Modelo do Pensamento Geométrico, tornam-se os objetos de ensino do nível seguinte.

Em relação à linguística, cada um dos níveis possui o seu vocabulário específico. Normalmente um aluno que se encontra no nível 01 não entenderá o vocabulário que normalmente seria usado com um estudando do nível 03. O professor tem que estar bastante atento ao ensinar seus alunos e procurar desenvolver o melhor vocabulário possível em sala de aula.

Lembramos que quando falamos da parte linguística na Matemática, também nos remetemos aos símbolos presentes na escrita matemática.

Por fim, Crowley (1994) fala sobre as Combinações inadequadas, dizendo que se o aluno está em um determinado nível do Modelo e o professor ministra o curso em outro nível, provavelmente o aprendizado e o progresso deste aluno poderão ser comprometidos e não se verificar por conta desta combinação inadequada entre o nível e o aluno.

Essas são propriedades do Modelo bastante importantes que devemos nos atentar enquanto professores ministrantes de cursos de Geometria, principalmente quando estamos lidando com estudantes da Educação Básica.

Van de Walle (2011) apresenta as mesmas características dos Níveis da Teoria dos Van Hiele em quatro tópicos, dizendo que:

- ✚ Os níveis são sequenciais;
- ✚ Os níveis não são dependentes da idade no sentido dos estágios de desenvolvimento de Piaget;
- ✚ A experiência geométrica é o fator simples de maior influência sobre o avanço ou desenvolvimento dos níveis;
- ✚ Quando o ensino ou a linguagem está em um nível superior ao do estudante, haverá uma falta de comunicação;

Assim podemos observar que Crowley (1994) e Van de Walle (2011) apresentam de formas diferentes as mesmas características do Modelo dos Van Hiele, sendo que Crowley traz em cinco tópicos e Van de Walle resume essas características em quatro tópicos.

Como foi dito anteriormente por Crowley (1994) e Van de Walle (2011), o processo ao longo dos níveis depende mais do grau de instruções recebidas do que da própria idade ou da maturidade. Dessa forma, reconhecemos que a organização de como as aulas devem ser ministradas é de suma importância para aprendizagem dos estudantes presentes em sala de aula. Sendo assim, Crowley (1994) apresenta cinco fases sequenciais de aprendizado proposta pelos Van Hiele, são elas: interrogação; orientação dirigida; explicação; orientação livre e integração.

Fase 1: interrogação/informação - Nesta fase podemos dizer que se trata de um diálogo entre professor e aluno, onde o professor direciona para os estudantes perguntas que possam gerar uma discussão em sala de aula, perguntas que levem os alunos, em diálogo com o professor, a chegarem a uma resposta, lembrando que o docente sempre estará usando o vocabulário dentro dos níveis dos estudantes.

Fase 2: orientação dirigida - Aqui os alunos exploram o assunto estudado através do material que o professor cuidadosamente ordenou em sequência.

Fase 3: explicação - Baseando-se em suas experiências anteriores, os alunos expressam e socializam suas visões emergentes sobre as estruturas que foram observadas no decorrer das aulas.

Fase 4: orientação livre - Nessa fase, o aluno já tem capacidade de resolver suas próprias questões sem ajuda do professor, questões longas e que apresentem diversas formas de resolução. Aqui o aluno desenvolve o hábito de pesquisar e investigar fontes que o levem a concluir e resolver problemas.

Fase 5: integração - Essa fase se destina mais a uma análise do próprio aluno com relação ao que foi aprendido por ele ao longo dessas fases, relatando tudo o que aprendeu com o objetivo de formar uma nova visão acerca de novos objetivos e relações.

Crowley (1994) diz que no final da quinta fase o aluno já se encontra apto para seguir de forma sequencial para o próximo nível do Modelo de Desenvolvimento de Pensamento Geométrico dos Van Hiele, dando início novamente a primeira fase dentro dos padrões do nível seguinte, e seguindo de forma sequencial por todas as outras fases novamente, até se encontrar apto para seguir em diante pelos outros níveis do Modelo.

Como já foi evidenciado por meio de diversas pesquisas realizadas no âmbito escolar, a teoria dos Van Hiele vem mostrando realmente seu valor quando nos remetemos ao ensino de Geometria.

Van de Walle (2011) diz que:

Se a teoria dos Van Hiele estiver correta – e há evidências que a sustentam – então um objetivo fundamental do currículo do EF deve ser desenvolver o nível do pensamento geométrico dos estudantes. Se os alunos devem ser adequadamente preparados para o currículo da Geometria dedutiva do EM, então é importante que seu pensamento geométrico tenha se desenvolvido até o nível 3 ao final da 8ª série.

Em concordância com Van de Walle, podemos observar que nossa pergunta geratriz tem fundamento e um resultado que deveria ser esperado, pois o próprio autor ressalta que um estudante concluinte do Ensino Fundamental deveria ter desenvolvido por completo as habilidades do nível 3 para não se deparar com problemas que possam dificultar sua aprendizagem no Ensino Médio.

Também cogitamos a hipótese de que nem todos os professores conseguirão fazer com que todos os seus alunos desenvolvam-se de um nível para o outro, porém, todos os professores devem estar cientes que o avanço de um nível para o outro se dá por meio da experiência de cada estudante com tais temas geométricos dentro dos níveis explorados.

Sendo assim, como neste trabalho em especial trabalhamos apenas com os três primeiros níveis do Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos Van Hiele, trazemos por meio de Van de Walle (2011, p. 444) descrições de atividades e questionamentos que são apropriados a cada um desses níveis.

Nível 01: Envolver muitos agrupamentos e classificações, observar como as formas são parecidas e diferentes, é o foco primário do nível 01.

Inclua uma variedade suficiente de exemplos das formas de modo que os aspectos irrelevantes não se tornem importantes.

Com o objetivo de auxiliar o avanço dos alunos do nível 01 para o nível 02, o professor deve desafiar os estudantes a testarem novas ideias sobre formas para uma variedade de exemplos propostos pelo próprio professor em sala de aula.

Nível 02: As atividades aqui nesse nível devem enfatizar mais as propriedades das figuras do que a simples identificação das mesmas. Aplicar ideias de uma classe inteira de figuras em vez de modelos individuais.

Nesse nível é aconselhado que os professores trabalhem mais com perguntas que iniciem com “Por quê?”, para que os estudantes possam raciocinar de formas diferentes em busca da resposta correta.

Nível 03: Por fim, trazemos indicações de atividades educacionais em Geometria apropriadas ao terceiro nível, são elas: encorajar a elaboração e a testagem de hipóteses ou conjecturas;

examinar as propriedades das formas para determinar as condições necessárias e suficientes para diferenciar formas ou conceitos; usar a linguagem em um nível informal; e por fim, encorajar os alunos a tentarem estabelecerem provas informais.

No geral essas são descrições que podem ajudar os professores quando estiverem ensinando Geometria para os seus alunos e, em particular, trabalhando com o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico dos Van Hiele.

Ao surgir o interesse de direcionarmos nossa pesquisa com foco no Modelo dos Van Hiele, buscamos compreender como se desenvolveram as pesquisas relacionadas a essa temática ao longo dos anos. Aqui destacamos alguns dos trabalhos encontrados baseados nesta perspectiva de ensino da Geometria.

Crowley (1994) traz de forma detalhada o surgimento do Modelo, as características principais de cada um dos níveis e de que forma se procede na prática, no intuito de que os leitores possam compreender quais os objetivos e como utilizar o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico no ambiente escolar.

Nasser (1998) coordenou o Projeto Fundação na Universidade Federal do Rio de Janeiro/(UFRJ) e publicou um material que apresenta uma breve apresentação histórica sobre a teoria dos Van Hiele, características gerais, objetivos do modelo e algumas atividades que os professores poderiam usar em suas aulas, seguindo o modelo de pensamento geométrico, acompanhando e analisando o desenvolvimento dos estudantes para identificar o seu nível de compreensão geométrica. E ela apresenta o teste utilizado por Usiskin (1982) para identificação dos níveis.

Paiva (2003) apresenta em sua dissertação uma pesquisa realizada com alunos de uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental sobre os níveis dos estudantes com relação ao assunto de simetria, cujo objetivo foi desenvolver e analisar a aplicação de atividades didático-metodológicas no processo de ensino-aprendizagem de simetria; a elaboração e aplicação das atividades e a análise dos resultados obtidos que tiveram como referencial teórico o modelo dos Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico.

Acreditamos que o modelo do pensamento geométrico ainda não possui o seu real valor dentro dos currículos metodológicos adotados nas escolas quando nos remetemos ao ensino da Geometria, apesar de todas essas pesquisas citadas anteriormente apresentarem pontos satisfatórios em seus resultados finais com base na teoria dos Van Hiele.

O modelo veio sendo aprimorado ao longo dos anos por meios de outras pesquisas na área realizadas por outros pesquisadores. Um ponto importante levantado por Lopes e Cueva (2007), é que os alunos podem se encontrar em transição de um nível para o outro, dizendo que é possível ter uma pessoa que não esteja mais no nível dois, porém ainda não possui

habilidades suficientes para dominar o nível três, de forma que ela se encontre em transição do nível dois para o nível três.

Com a utilização do modelo de pensamento geométrico dos Van Hiele em pesquisas acadêmicas, gerou-se um novo questionamento que resultou em novas pesquisas que vieram aprimorar ainda mais o modelo, após a aplicação dos instrumentos diagnósticos para identificar o nível de pensamento geométrico dos estudantes, como classificá-los com base em suas respostas.

Qual seria o melhor teste para aplicar com os estudantes e como analisar e identificar o nível de cada um deles? Esse foi um questionamento que veio a resultar o desenvolvimento de novas pesquisas. Alguns acreditam que a forma de obter um resultado mais correto é o teste oral, porém, sabemos que de acordo com a nossa realidade esse é um teste que não nos convém, pois seria gasto muito tempo levando em consideração o número de sujeitos participantes da pesquisa.

Usiskin (1982) apresentou em sua tese de doutorado um teste criado e aplicado com 2700 crianças americanas. O teste foi elaborado com questões de múltipla escolha, defendendo que este teste poderia ser aplicado com uma boa quantidade de alunos e que seria fácil na hora da tabulação dos dados, porém, segundo Jaime (1993) a grande dificuldade enfrentada por Usiskin foi decidir qual número mínimo de questões acertadas por tais alunos os classificaria em um determinado nível do pensamento geométrico, tornando assim o teste não aconselhável para trabalhar com este tipo de pesquisa, pois poderia apresentar um resultado não coerente com a realidade dos estudantes.

Jaime (1993) por sua vez, na elaboração da sua proposta em sua tese de doutorado optou pela aplicação de um teste com questões fechadas e abertas, visando que essas questões possibilitariam que os alunos expressassem suas justificativas relatando por quais motivos a sua resposta era a correta.

Para a análise dos dados obtidos, ela elaborou um esquema de avaliação onde foram estabelecidos valores percentuais para a quantidade de acerto de cada questão, de aquisição nula, baixa, intermediária, alta e completa, com os respectivos valores quantitativos atribuídos aos acertos, sendo de 0% a 15%, 15% a 40%, 40% a 60%, 60% a 85% e de 85% a 100%.

Um estudante que obtivesse valores nulos e baixos ainda não poderia ser classificado em nenhum dos níveis. O aluno com respostas de valores intermediária já demonstraria o uso de possíveis habilidades dentro do nível investigado. Os estudantes com respostas de valores alto e completo, já mostrariam o uso de habilidades dentro do nível investigado na questão.

Para facilitar a análise dos dados com relação às questões abertas, Jaime (1993) elaborou sete tipos de respostas que ajudariam os professores a atribuírem seus valores percentuais de cada questão.

Tipo 1: As questões sem respostas, com respostas não pertinentes ou com respostas que indicavam que o estudante não se encontrava em um determinado nível.

Tipo 2: Respostas matematicamente incorretas ou muito incompletas, porém é percebido que houve certo nível de raciocínio de níveis anteriores onde são dadas respostas breves.

Tipo 3: Respostas matematicamente corretas, porém, muito incompletas.

Tipo 4: Respostas que mostrem o raciocínio de dois níveis consecutivamente na elaboração da resposta, pode ser correta ou incorreta, porém confusa por não se estabelecer em um único nível, esse é o caso que denominamos como o aluno em transição de nível.

Tipo 5: Respostas bastante completas, porém matematicamente incorretas, mas que mostre claramente o domínio de um determinado nível.

Tipo 6: Resposta completas e matematicamente corretas, porém, ainda houve pequenas falhas com relação ao pensamento dedutivo.

Tipo 7: Respostas corretas e completas que mostrem o domínio completo sobre certo nível de raciocínio.

De acordo com cada tipo de resposta, são estabelecidos respectivamente, os valores 0, 20, 25, 50, 75, 80 e 100. O professor deve analisar a resposta e verificar em qual tipo de resposta se enquadra a fornecida pelo estudante.

Existem questões que permitem que as respostas se enquadrem em mais de um nível do modelo do pensamento geométrico, o que caracterizaria o aluno em transição. Sabendo que elas podem ser respondidas em um nível N1 até um nível N2 e elas são respondidas em um nível N, isto é, $N1 < N < N2$, dizemos que houve um acerto de 100% nos níveis abaixo de N e 0% nos níveis acima de N, isto é, esse estudante domina o nível N1 e possui habilidades superiores a este nível, porém ainda não são habilidades suficientes para dizer que o mesmo se encontra no nível N2.

Se uma única questão pode ser respondida pelo nível 2, 3 e 4 e o aluno consegue responder no nível 3 do tipo 5, dizemos que este aluno conseguiu atingir utilizando os valores percentuais 100% no nível 2; 75% no nível 3; e 0% no nível 4. O valor final da questão obtida nesse caso é dado através da média aritmética das ponderações.

Supondo que um aluno possui, em sua classificação geral no nível 1, aquisição completa; no nível 2, aquisição alto; no nível 3, intermediária; e no nível 4, nula. Podemos concluir que este aluno se encontra no nível 2 do pensamento geométrico dos Van Hiele, em transição para o nível 3.

Apesar da complexidade, Adela Jaime afirma que este teste é o que mais se aproxima do teste oral de forma individual e, por esse motivo, se torna o teste mais indicado para se trabalhar com esse tipo de pesquisa.

É necessário que o professor conheça suas ferramentas de ensino e compreenda cada um dos níveis do modelo dos Van Hiele, pois, ao elaborar atividades propostas aos estudantes usando o modelo de desenvolvimento de pensamento geométrico, o professor deve analisar minuciosamente seus meios e seus objetivos.

Nas seções a seguir temos como finalidade apresentar os procedimentos metodológicos que foram utilizados no estudo sobre a temática aqui abordada. Deste modo, apresentamos o tipo de estudo; os sujeitos de pesquisa; o ambiente no qual foi desenvolvida a pesquisa; a metodologia adotada quanto à aplicação e análise de dados dos objetos de estudo.

3. APRESENTAÇÃO DOS DADOS E DISCUSSÃO

Nessa seção apresentamos as descrições detalhadas do nosso ambiente de pesquisa, tanto da estrutura física como também pedagógica, para que os leitores deste trabalho possam compreender melhor em qual ambiente foi desenvolvida toda a nossa pesquisa. Relatamos todas as etapas e o desenvolvimento do trabalho, apresentando detalhadamente cada uma delas.

Apresentamos a seguir os dados obtidos durante a pesquisa através do instrumento de investigação, trazendo em discussão os acertos e erros dos alunos em cada questão do questionário e apontando estratégias e dificuldades apresentadas pelos mesmos em suas resoluções.

Por fim, trazemos a identificação e a classificação de forma individual de cada estudante participante da pesquisa acerca do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele.

3.1 DESCRIÇÃO DA PESQUISA

A pesquisa aqui apresentada foi dada início em outubro de 2014, com o objetivo de investigar o nível de compreensão geométrica dos estudantes que concluíram o segundo ciclo do Ensino Fundamental na cidade de Rio Tinto – PB acerca do Ensino de Geometria. Foi utilizado como aporte teórico o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele, no qual utilizamos como meio de identificação dos níveis o teste de Jaime (1993).

Nossa proposta foi desenvolvida em duas escolas da cidade, uma instituição privada e a outra pública, com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental do turno da tarde.

3.1.1 Caracterização do ambiente da pesquisa

Nossa pesquisa foi desenvolvida em Rio Tinto, uma cidade consideravelmente pequena, com aproximadamente 23 mil habitantes, dados esses fornecidos pelo IBGE em 2012, e localizada a 60 km de João Pessoa, capital da Paraíba. A cidade possui poucas Escolas de Educação Básica, sendo uma privada, uma da rede estadual e a outra da rede municipal.

A cidade recebeu em sua localidade uma instituição de nível superior, a Universidade Federal da Paraíba, o campus IV, no ano de 2006, que atualmente é responsável por cursos de graduação, pós graduação e mestrados acadêmicos.

Para o desenvolvimento da nossa pesquisa, optamos por trabalhar com duas escolas, uma instituição privada e a outra pública, sendo ela da rede estadual.

A instituição privada funciona no período da manhã e tarde, sendo no turno da manhã do maternal ao 4º Ano; no período da tarde, do 5º ao 9º Ano do Ensino Fundamental e também o Ensino Médio, contemplando uma turma de cada série.

A escola não possui uma estrutura física que possa realmente atender de forma adequada às necessidades dos alunos, deixando a desejar na parte tecnológica e esportiva, pois não possui laboratórios de informática e nem quadra poli esportiva. A escola também não tem laboratórios específicos para as disciplinas e nem biblioteca, porém a equipe pedagógica da escola é formada por professores qualificados e outros funcionários, que procuram trabalhar dentro do que os documentos oficiais indicam.

A disciplina de Matemática na escola é distribuída da seguinte forma: dois professores são responsáveis pelas turmas do Ensino Médio, sendo que um professor trabalha especificamente com os conteúdos de Geometria, o que apresenta pontos positivos e negativos.

Positivos por entendermos que dessa forma, os estudantes dessa escola possuem mais oportunidades para estudar Geometria do que outros alunos de outras escolas. Por outro lado, consideramos como um ponto negativo, esses mesmos alunos concluírem a Educação Básica acreditando que a Geometria é outra disciplina e não um conteúdo dentro da disciplina de Matemática.

A escola da rede pública apresenta uma extensão em metros quadrados bem maior que a escola da rede privada. Funciona nos turnos da manhã, tarde e noite, e também não possui quadra poli esportiva, porém, logo em frente à escola há uma praça onde geralmente acontecem as atividades físicas da escola.

Possui um laboratório de informática com cerca de dez computadores, no entanto, não possui profissionais qualificados para assumirem a posição de instrutor de informática, ficando o laboratório muitas vezes sem uso para o ensino e aprendizagem de conteúdos escolares.

A escola possui uma biblioteca com alguns livros disponíveis para realização de pesquisa dos estudantes e também não possui nenhum laboratório específico para alguma disciplina.

Acreditamos que a estrutura física da escola ainda deixa bastante a desejar. O prédio no qual funcionam as aulas não está em boas condições: paredes, quadros e banheiros encontram-se danificados, algumas salas de aula não possuem uma ventilação adequada para a quantidade de alunos presentes na turma, entre outros fatores.

Consideramos a equipe pedagógica desta escola mista, pois, por meio das disciplinas de Estágio Supervisionado e projetos acadêmicos, pudemos observar que a escola possui profissionais altamente qualificados e responsáveis, como também possui profissionais que já se puseram em uma zona de conforto, acreditando que nada mais pode ser melhorado na escola, rejeitando qualquer coisa que os faça acreditar que lhes proporcionariam mais trabalho ou gastos financeiros.

Nessa escola a Geometria já é trabalhada dentro da disciplina de Matemática como realmente deveria ocorrer em todas as escolas, porém, aqui já podemos ressaltar que muitas vezes os alunos relatam não ter aprendido os conteúdos da forma adequada e, na grande maioria das vezes, chegam a dizer que nunca estudaram tais conteúdos.

A instituição da rede pública sempre se encontra à disposição da Universidade, proporcionando uma interação entre a Educação Básica e a Educação de Nível Superior, permitindo que alunos estagiários possam atuar e projetos acadêmicos possam ser desenvolvidos em seus ambientes. Por meio dessas intervenções realizadas dentro da escola, já foi percebida realmente a carência desses estudantes da Educação Básica com relação ao ensino da Geometria.

3.1.2 As turmas envolvidas na pesquisa

Como sujeitos de pesquisa para o nosso trabalho temos estudantes concluintes do Ensino Fundamental das duas escolas, do turno da tarde.

Na escola pública contamos com a presença de onze alunos no momento da aplicação do nosso questionário. Devemos esse baixo número de alunos ao fato de o questionário ter sido aplicado no mês de dezembro e, conseqüentemente, os estudantes já não estarem indo com tanta frequência as aulas na escola. A professora responsável pela turma também ressaltou que o 9º Ano não tinha tantos alunos.

Foi percebido que alguns estudantes procuraram de formar satisfatória responder o questionário investigativo; outros alunos não quiseram responder, porém, a pedido da professora, receberam os questionários e tentaram fazer algo.

A turma do 9º Ano da escola privada possuía um pouco mais de estudantes e contamos com a presença de dezessete alunos, onde também levamos em consideração que a turma realmente não era tão grande.

Os estudantes da escola privada mostraram um empenho um pouco maior do que os estudantes da escola da rede estadual com relação ao instrumento de investigação, pois os alunos da turma tentaram realmente responder todas as questões no momento da pesquisa e, conseqüentemente, obtiveram um resultado um pouco melhor do que os estudantes da escola pública.

3.2 AS ETAPAS DA PESQUISA

Nessa seção descrevemos como se desenvolveu cada uma das etapas da nossa pesquisa, para facilitar a compreensão dos leitores acerca das dificuldades enfrentadas e quais estratégias foram tomadas diante dessas situações.

Nossa pesquisa estendeu-se por quatro etapas. A primeira destinou-se ao planejamento de todo o desenvolvimento da pesquisa e dos estudos de referências bibliográficas direcionadas para temática aqui discutida, por entendermos a necessidade de conhecermos bem a área a qual estamos pesquisando. Na segunda etapa ocorreu a elaboração e aplicação do instrumento de coleta de dados, no nosso caso, o questionário de caráter investigativo, para identificarmos os níveis de compreensão geométrica dos estudantes participantes da pesquisa. Na terceira etapa realizamos a análise dos dados obtidos para respondermos nossa questão problema, a qual nos levou à origem desse trabalho. Para tal utilizamos o modelo de Van Hiele do desenvolvimento do pensamento geométrico. E, por fim, na quarta etapa deu-se a escrita desse trabalho.

O início da primeira etapa da nossa pesquisa destinou-se a um estudo mais direcionado para nossa temática discutida neste trabalho, na qual realizamos um estudo teórico sobre o Ensino da Geometria no Brasil; consultamos documentos oficiais como, por exemplo, os PCN (1998), os PCNEM (2000) e as OCEM (2006), e nos baseamos em alguns autores como Pavanello (1993) e Miguel, Fiorentini, Miorim (1992), que apresentaram em algumas de suas pesquisas trabalhos referentes ao abandono da Geometria em nossos currículos de Matemática na Educação Básica.

Após compreendermos um pouco melhor a situação da Geometria em nosso país, especificamente dentro da sala de aula, decidimos utilizar como aporte teórico o modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele (1984), quando buscamos

referências bibliográficas que nos proporcionassem uma melhor compreensão do que se refere ao modelo.

Assim, com o estudo e compreensão de todo o nosso arcabouço teórico, decidimos elaborar um questionário composto por questões abertas e fechadas para aplicarmos com os estudantes participantes da pesquisa. Após as correções deste instrumento de pesquisa, pudemos identificar o nível de compreensão geométrica de cada um dos alunos envolvidos na pesquisa, respondendo dessa forma a nossa pergunta geratriz.

No entanto, tivemos como preocupação como avaliaríamos as respostas destes alunos e como classificaríamos cada um deles nos níveis de desenvolvimento de compreensão geométrica dos Van Hiele.

Foi com base nesta preocupação que nos aprofundamos nos estudos da tese desenvolvida por Jaime (1993), pois sua tese apresenta uma forma de categorização dos níveis que nos permite identificar por meio de testes e cálculos matemáticos o nível de compreensão geométrica de cada estudante.

Após a realização de todos esses momentos, de nossos estudos teóricos, elaboração e aplicação do questionário e análise dos dados obtidos através dos testes de identificação, concluímos nossa pesquisa e chegamos aos resultados que apresentamos nas seções seguintes deste trabalho.

3.3 ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DO QUESTIONÁRIO

Optamos por utilizar como instrumento de pesquisa para o desenvolvimento do nosso trabalho o questionário, por entendermos que é o instrumento que nos possibilitaria obtermos os resultados para termos como analisar os dados obtidos pelos estudantes.

Cogitamos a princípio a ideia de tomarmos como base de questionário investigativo o modelo apresentado por Nasser (1998), no projeto realizado na Universidade Federal do Rio de Janeiro, conhecido como teste de Usiskin, porém, decidimos elaborar o nosso próprio questionário por entendermos que, assim como Jaime (1993) apresenta em sua tese, o modelo de questionário apresentado por Usiskin não teria a forma adequada para obtenção de um resultado mais pontual na hora da análise, pois é um teste que, de certa forma, dificulta que o pesquisador identifique o nível em que o aluno pesquisado se encontra acerca do modelo de pensamento geométrico dos Van Hiele.

O nosso questionário foi composto por seis questões, entre elas questões abertas e fechadas. Ao elaborarmos nossas questões propostas na pesquisa, tivemos bastante cautela

para que as mesmas nos proporcionassem uma melhor compreensão na hora da análise. Pensamos em questões que a partir das possíveis respostas dadas pelos estudantes, pudéssemos concluir em qual dos níveis do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico eles se encontravam.

Procuramos por meio do nosso instrumento de investigação trabalhar os três primeiros níveis apresentados pelos Van Hiele, sequencialmente o nível da visualização (básico), análise e dedução informal, por acreditarmos que alunos concluintes do segundo ciclo da Educação Básica deveriam dominar tais habilidades pertencentes a estes níveis.

Erigimos o nosso questionário de forma que uma questão complementasse a resposta da outra. Por exemplo, se uma questão trabalhasse o nível de visualização, a questão seguinte poderia trabalhar o nível de visualização mais o nível de análise e, dessa forma, com base nas respostas obtidas, também poderíamos identificar se os alunos se encontravam em nível de transição.

Lopes e Cândido (2007) trazem em um dos seus trabalhos dois pontos importantes observados por Jaime (1993) em sua pesquisa. Ressaltam inicialmente que o aluno pode raciocinar em níveis diferentes em campos distintos da Geometria, isto é, um mesmo aluno pode se encontrar em níveis diferentes acerca do conteúdo estudando, podendo estar no nível de análise quando nos remetemos a Geometria plana e no nível de visualização quando tratamos da Geometria espacial, e vice-versa. Outro ponto identificado é a transição do aluno de um nível para o outro, quando o aluno já pode dominar o nível de visualização, porém ainda não compreende perfeitamente bem o nível dois, quando podemos dizer que este aluno se encontra em transição do nível um para o nível dois.

Como resultado de sua pesquisa de aplicação da teoria, Adela Jaime identificou duas outras propriedades no modelo. Uma delas é o que chamamos de localidade dos níveis, segundo a qual um aluno pode raciocinar em níveis diferentes em campos distintos da Geometria. A outra é a continuidade dos níveis, ou seja, há um período de transição durante o qual mesclam-se momentos de raciocínios característicos de dois níveis consecutivos (LOPES & CÂNDIDO, 2007, p. 02).

Foi seguindo essa linha de pensamento que elaboramos nosso questionário de forma que, a partir das respostas obtidas, fosse possível identificarmos as situações dos estudantes participantes da pesquisa.

Com o nosso questionário finalizado e já planejada a forma como iríamos analisar os dados obtidos através das respostas dos alunos, fomos a campo para dar continuidade a nossa pesquisa, quando aplicamos o nosso questionário.

Por nos encontrarmos já em final de ano letivo nas escolas, nossa maior dificuldade foi encontrar um dia disponível pelos professores para podermos aplicar o questionário com as turmas, pois os alunos se encontravam em semanas de avaliações e os horários das aulas já se encontravam bem restritos.

A primeira escola na qual aplicamos o questionário foi com a Escola pública, com a turma do 9º Ano do turno da tarde.

A grande maioria dos estudantes dessa escola dependia de ônibus escolares para poderem ir estudar. Pelo fato de a escola se encontrar em final de ano letivo, o acesso à instituição também foi bastante prejudicado, pois os ônibus já não estavam indo com tanta frequência e alguns alunos já não faziam mais questão de aparecerem na escola para estudar, o que nos acarretou um número de apenas onze alunos no ato da nossa pesquisa.

A professora responsável pela turma, recém formada pela Universidade Federal da Paraíba/UFPB – Campus IV, não se opôs em momento algum em nos permitir a aplicação do questionário com sua turma. Ela mesma conversou com os alunos e pediu para que todos os presentes tentassem responder conscientemente as questões propostas no questionário.

No início alguns alunos se opuseram a responder o questionário, mas logo ao explicar que aquele questionário não valeria nota pra eles e que nem o nome deles iria aparecer, o que nos impossibilitaria de saber quem respondeu tais questões, todos eles aceitaram responder as questões propostas no instrumento.

A aplicação do questionário se estendeu por apenas uma aula de 45 minutos, o que aparentemente foi o bastante para todos responderem as questões.

No Colégio particular, já não tivemos tantos problemas com relação ao agendamento da aplicação do nosso questionário. Realizamos nossa intervenção no dia seguinte ao que aplicamos na escola pública.

Contamos com a presença de um número de dezessete estudantes da turma do 9º Ano, sendo a única turma da escola, também do turno da tarde.

Os alunos não se negaram em momento algum em responderem as questões propostas no questionário investigativo. Ao entrarem na sala de aula foi realizada uma breve explanação do que se tratava o material entregue a todos eles, mencionando que não seria necessário assinar os seus nomes no questionário e, por esse motivo, eles não se preocupassem com as respostas, pois ninguém saberia qual foram as respostas deles e não seria atribuída nota.

Também utilizamos uma aula de 45 minutos para resolução das questões propostas no questionário, mas alguns alunos se queixaram dizendo que o tempo foi curto, porém, não poderíamos fazer distinção entre a turma pesquisada da escola pública e da escola privada.

Foi visto, também, uma maior concentração dos estudantes da escola privada ao tentarem responder as questões propostas do que os estudantes da escola pública.

Dessa forma finalizamos mais uma etapa do nosso trabalho, concluindo o momento de aplicação do questionário e agora partiríamos para a próxima fase da nossa pesquisa, onde analisaríamos todas as respostas obtidas pelos estudantes, realizando a correção (certo e errado) e, com base no teste de identificação adotado por nós para analisarmos as respostas, identificaríamos os níveis dos estudantes concluintes com base no modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele.

3.4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS OBTIDOS: ESTRATÉGIAS E DIFICULDADES DOS ALUNOS

Aqui apresentamos de forma detalhada as nossas análises e reflexões alcançadas por meios dos dados coletados em forma de respostas obtidas no questionário investigativo aplicado com os estudantes participantes da pesquisa.

Trazemos os acertos e os erros dos estudantes, expondo suas estratégias e dificuldades encontradas por eles no ato da resolução de cada uma das questões propostas no questionário, quando comentamos cada uma das questões.

Nessa seção também identificamos os níveis de compreensão geométrica de cada estudante, classificando-os segundo o modelo de desenvolvimento de pensamento geométrico dos Van Hiele, com base no teste de Jaime (1993).

Vale a pena ressaltarmos que elaboramos o nosso questionário de forma que todas as respostas obtidas pudessem nos levar a melhor conclusão possível durante a análise dos dados, facilitando o nosso trabalho no momento da identificação dos níveis de compreensão geométrica dos estudantes pesquisados.

Elaboramos questões que pudessem complementar a resposta de outras questões do questionário, permitindo-nos, dessa forma, observar se o aluno se encontrava em um determinado nível ou em outro nível, e ao mesmo tempo, permitindo-nos observar se o mesmo se encontrava em transição de um nível para o outro.

3.4.1 Análise da primeira questão

Cada uma das questões possuía um objetivo ao serem respondidas pelos estudantes. Tínhamos por objetivo principal identificar, com base em suas respostas, o nível que cada um dos alunos se encontrava, considerando o modelo desenvolvido pelos Van Hiele, ou se os mesmos se encontravam em fase de transição de um nível para o outro.

Em nossa primeira questão foi dado um número de dezesseis figuras, todas planas, entre elas onze quadriláteros e, entre os onze, um quadrilátero não convexo.

Pedimos na questão que os estudantes identificassem os quadriláteros ali presentes, assinalando suas respostas com uma marca.

Nesta questão trabalhamos o primeiro nível do modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele, o nível da visualização, onde os sujeitos da pesquisa utilizariam apenas a visualização geométrica para identificar as formas apresentadas.

Aparentemente classificamos este item como uma questão fácil, porém, foi percebido que o resultado ainda não foi satisfatório ao nível esperado para os nossos alunos da Educação Básica.

Como nossa pesquisa foi desenvolvida em escolas diferentes, em uma pública e a outra privada, aqui também apresentamos os nossos resultados separadamente e em forma de tabelas por entendermos que está é a melhor forma de descrever os resultados obtidos, oferecendo uma melhor compreensão de leitura aos nossos leitores.

Para uma melhor organização denominamos cada estudante de forma numérica, estudante 01, estudante 02, estudante 03 e assim sucessivamente e traremos seus acertos em forma de porcentagem.

Obtivemos o resultado apresentado na tabela 01 com os estudantes da Escola pública na primeira questão.

Tabela 01 – Resultados obtidos na primeira questão com os alunos da escola pública

E	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
%	91	0	55	73	55	91	91	82	82	91	91

Fonte: elaborada pelo autor

Dessa forma, podemos observar que nenhum estudante dentre os que estão concluindo o segundo seguimento da Educação Básica, reconheceu todos os quadriláteros.

Nenhum dos estudantes participantes da pesquisa conseguiu assinalar todos os quadriláteros presentes na questão, porém, o que nos chamou atenção nessa questão foi que os alunos que obtiveram a maior porcentagem de acerto tiveram o mesmo erro em comum, deixaram de assinalar o quadrilátero não convexo como um quadrilátero.

Esse erro comum leva-nos a crer que estes alunos realmente assinalaram as figuras apenas pela visualização. Em momento algum analisaram quais das figuras são realmente quadriláteros, e isto se dá pelo fato dos livros didáticos não apresentarem exemplos de quadriláteros não convexos em seus conteúdos geométricos.

O livro, “Matemática: conjuntos numéricos e expressões algébricas”, de Luiz Roberto Dante, coleção adotada por uma das escolas participantes da pesquisa, traz a definição de quadrilátero da forma mais resumida possível, dizendo que quadrilátero é todo polígono de quatro lados.

Ressaltamos aqui que o estudante número 02 se recusou, de certa forma, a colaborar conosco no momento de responder o questionário, não respondendo nenhuma das questões de forma adequada, onde nos impossibilitou desta forma classificá-lo em um dos níveis do modelo de pensamento geométrico.

Agora traremos da mesma forma o resultado da nossa análise dos dados obtidos com os estudantes do Colégio particular.

Tabela 02 – Resultados obtidos na primeira questão com os alunos da escola privada

E	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
%	82	73	100	100	91	100	91	55	91	100	100	91	46	100	100	91	91

Fonte: elaborada pelo autor

Na análise desses dados já podemos observar uma diferença notável com relação aos acertos dos estudantes da escola pública e os acertos dos estudantes da escola privada.

Dentre os dezessete alunos participantes da pesquisa, pudemos observar que sete deles conseguiram assinalar os onze quadriláteros apresentados na questão proposta, mostrando assim um possível domínio do primeiro nível do modelo de pensamento geométrico do Van Hiele, o nível da visualização.

3.4.2 Análise da segunda questão

Em nossa segunda questão proposta no questionário, além de complementar o resultado da primeira questão, também tivemos como objetivo analisar o segundo nível do modelo, o da análise.

Foram dispostas três figuras de sólidos geométricos e suas respectivas planificações. Pedimos que os estudantes associassem cada sólido à sua planificação, assim o aluno

trabalharia suas habilidades de visualização geométrica e também suas habilidades de análise, pois além de visualizar a figura planificada ele também teria que analisar as formas obtidas após a planificação e realizar a associação correta.

Também classificamos esta questão como uma questão fácil para alunos concluintes dos anos finais do Ensino Fundamental, no entanto, alguns alunos chegaram a resultados incoerentes com a resposta correta.

Os dados obtidos nessa questão nos proporcionaram a identificação de quatro casos que mereceram nossa atenção no momento da análise dos dados.

O primeiro caso são os alunos que alcançaram 100% de acerto na primeira questão e acertaram 100% de acerto na segunda questão, Podemos afirmar, com base no resultado, que estes alunos já dominam o primeiro nível do modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele, e que, possivelmente responderam a segunda questão utilizando habilidades do segundo nível do modelo.

Temos também o segundo caso, constituído pelos estudantes que obtiveram 100% de acerto na primeira questão e que não conseguiram um resultado de 100% na segunda questão. Esse tipo de resposta nos permitiu acreditar que esses estudantes já dominam o primeiro nível do modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele, porém ainda não possuem habilidades suficientes para dizer que estão no segundo nível. Esses são os estudantes que denominamos em fase de transição, ou seja, dominam o primeiro nível e estão adquirindo conhecimentos suficientes para passarem para o segundo nível.

O terceiro caso e também o que ocorreu, são os estudantes que não obtiveram 100% de acerto na primeira questão, porém conseguiram acertar 100% na segunda questão. Neste caso devemos atentar para alguns pontos: o primeiro é o nível de dificuldade da questão proposta, se realmente é uma questão que permite um maior número de acerto; o segundo ponto nos remete ao fato dos livros didáticos não trabalharem com tais exemplos, dificultando para os alunos reconhecerem outras formas que não seja as que estejam presentes em seu cotidiano. Este caso nos permite dizer que esses estudantes se encontram no primeiro nível do modelo do pensamento geométrico, mas que ainda não o dominam por falta de conhecimentos específicos da área da Geometria.

E, por fim, temos o quarto caso, aqueles estudantes que não conseguiram obter um bom resultado em ambas as questões. Podemos dizer que estes estudantes ainda não possuem maturidade geométrica suficiente para se classificarem em um dos níveis do modelo.

Após uma breve explanação desses quatro tipos de respostas, novamente trazemos em forma de tabela e separadamente os resultados obtidos na análise dos dados, quanto à segunda questão (tabela 03), dos alunos da escola pública.

Tabela 03 – Resultados obtidos na segunda questão com os alunos da escola pública

E	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
%	33	0	100	100	100	100	100	100	100	100	0

Fonte: elaborada pelo autor

Como é possível observar pelos valores dispostos na tabela 03, vemos que as respostas dos estudantes da escola pública se enquadram no terceiro caso citado anteriormente, tendo entre eles que os estudantes de número 01 e 11 apresentaram um bom resultado dentro dos padrões de Jaime (1993) na primeira questão, porém, demonstraram um resultado insatisfatório na segunda questão.

Com os estudantes participantes da escola privada obtivemos o seguinte resultado na segunda questão, apresentado na tabela 04.

Tabela 04 – Resultados obtidos na segunda questão com os alunos da escola privada

E	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
%	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100

Fonte: elaborada pelo autor

O resultado obtido pelos alunos da escola privada mostra claramente a diferença entre os valores obtidos pelos alunos da escola pública.

O resultado também nos permite afirmar que entre os dezessete alunos pesquisados, sete se encontram dentro do primeiro caso destacado anteriormente, obtendo 100% de acerto em ambas as questões. Podemos afirmar que estes alunos já se encontram no mínimo no primeiro nível do pensamento geométrico dos Van Hiele e, possivelmente, no nível dois.

Os demais estudantes se encontram no terceiro caso descrito anteriormente, que é o caso dos estudantes que não obtiveram 100% de acerto na primeira questão, porém, conseguiram acertar por completo a segunda questão.

Pela primeira e segunda questão apresentadas no questionário investigativo entendemos ser possível identificar parcialmente o nível de alguns estudantes participantes da pesquisa.

3.4.3 Análise da terceira questão

A terceira questão proposta em nosso questionário remete ao terceiro nível do modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele, o nível da dedução informal, ou seja, o nível no qual o aluno já compreende e consegue descrever algumas propriedades geométricas, podendo definir com suas palavras alguns conceitos matemáticos.

Em nossa terceira questão pedimos que os alunos descrevessem as propriedades mínimas para identificar o quadrado, o retângulo, o losango, o paralelogramo e o trapézio, no caso seria uma questão aberta e os estudantes escreveriam com suas palavras o que eles entendiam por cada um desses quadriláteros, dando as suas definições de modo informal.

Para analisarmos as respostas obtidas nessa terceira questão usamos também os tipos de respostas apresentadas por Jaime (1993) em sua pesquisa, os quais citamos anteriormente em nosso referencial teórico.

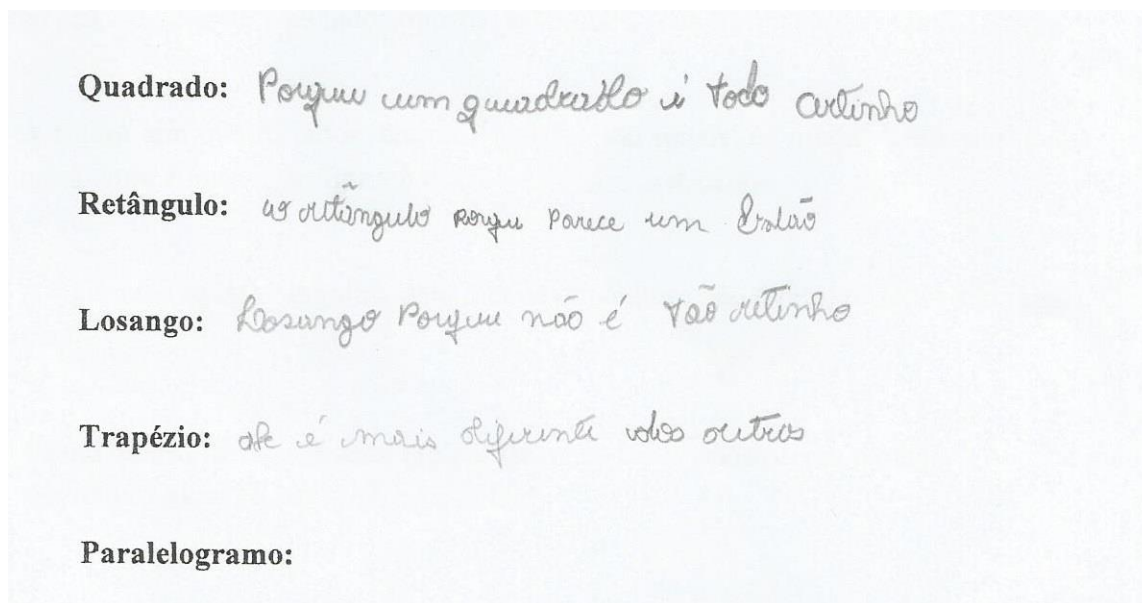
Acreditávamos que a análise da nossa terceira questão poderia nos acarretar um pouco mais de trabalho por ser uma questão aberta e por estar sujeita a respostas distintas, porém, muitos alunos não responderam a questão e os que responderam deram respostas inadequadas ou bastante incompletas se encaixando em um único tipo de resposta apresentado por Jaime (1993), ou seja no “Tipo 1: As questões sem respostas, com respostas não pertinentes ou com respostas que indicavam que o estudante não se encontrava em um determinado nível.”

Dos cinco quadriláteros dispostos na questão, o único que os alunos ainda responderam de forma coerente, no entanto incompleta, foi o quadrado ao dizerem que o quadrado é uma figura de quatro lados iguais, onde sabemos que apenas essa propriedade não é suficiente para um quadrado.

Os estudantes 01, 02, 04, 06, 07, 08, 09, 10 e 11, se limitaram a tentar definir apenas o que seria quadrado, e quase todos os estudantes descreveram quadrado como apenas como uma figura de quatro lados. O estudante 09 e o estudante 10 definiram respectivamente o retângulo como uma figura com os lados mais esticados e o outro como uma figura com os lados compridos. O estudante 11 definiu quadrado dizendo, “Quadrado: contém 4 lados e a forma de uma caixa”. Dessa forma, podemos ver que o estudante de número 11 ainda não consegue nem diferenciar o que faz parte do bidimensional e do tridimensional.

O estudante 03 foi o único estudante da escola pública que ainda tentou definir quase todos os quadriláteros apresentados na terceira questão, deixando em branco apenas o paralelogramo, porém suas respostas não foram pertinentes ou se encontravam bastante incompletas. (Figura 01)

Figura 01 – Resposta do estudante 03 na terceira questão



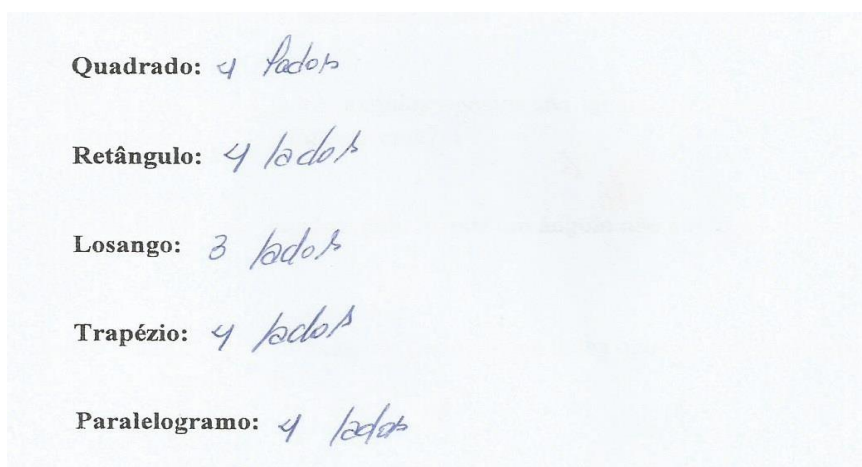
Fonte: registro do aluno

As respostas apresentadas pelo estudante 03, nos levam a observar que todas elas foram baseadas na sua forma de visualizar as figuras e não descritas por ele dominar as definições das mesmas.

Esse estudante ainda se refere aos quadriláteros sem usar de forma alguma um vocabulário matemático para escrever suas respostas, pois se refere ao quadrado como uma figura “toda certinha” e o retângulo ele associa a sua imagem com a de um balão.

Apresentamos também as respostas do estudante número 05, por chamar a nossa atenção quando ele se refere a um dos quadriláteros como uma figura de três lados.

Figura 02 – Resposta do estudante 05 na terceira questão



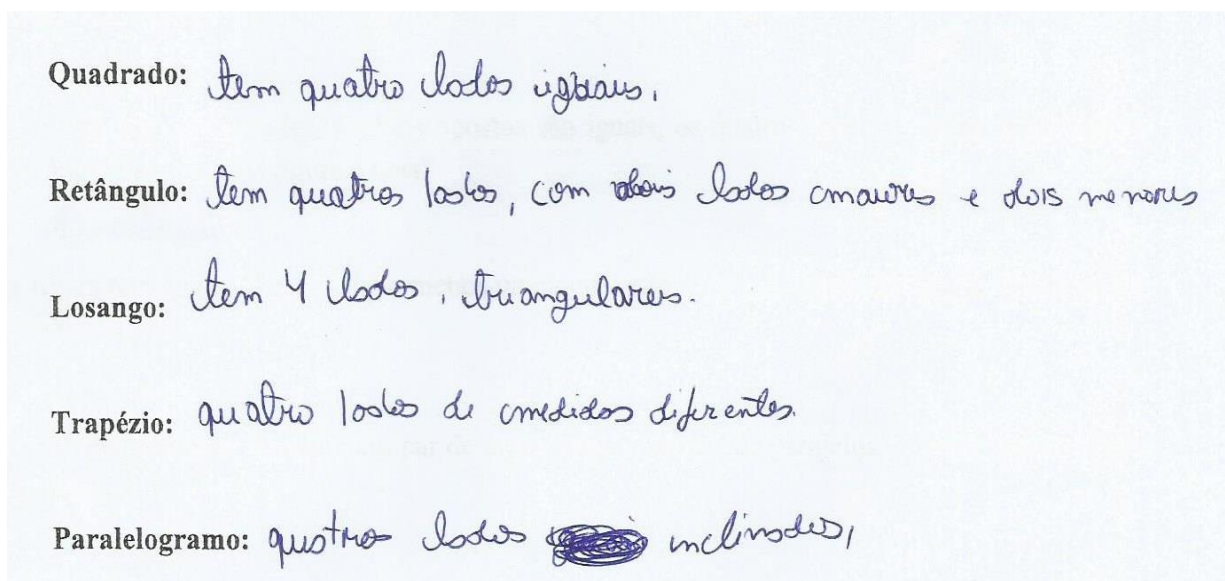
Fonte: registro do aluno

Com base nas respostas obtidas nessa terceira questão, onde todos os alunos deram respostas do tipo 01, como definido por Jaime, com um percentual de acerto entre 0% e 15%, enquadrando-se, assim, com o valor de aquisição nula. Podemos concluir que nenhum estudante da escola pública se encontra no terceiro nível do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele, com base no nível de acerto dessa questão.

Com relação aos estudantes da escola privada também não obtivemos um resultado satisfatório. Percebemos que a grande maioria dos estudantes tentou responder com suas palavras as definições de todos os quadriláteros apresentados na terceira questão, todavia, nenhum estudante conseguiu dar uma resposta correta ou ao menos um pouco mais completa.

Porém, destacamos aqui as respostas de dois estudantes, o estudante 13 e o estudante 14. O estudante 13 (figura 03) mostra claramente em suas respostas que define os quadriláteros da forma como consegue visualizar, dizendo, por exemplo, que o losango é uma figura de quatro lados de formas triangulares. Essa definição nos fez associar sua resposta à resposta dada pelo aluno da escola pública ao dizer que o losango é uma figura de três lados, pode ter acontecido daquele aluno não ter conseguido expressar adequadamente o que ele visualizou em sua mente.

Figura 03 – Resposta do estudante 13 na terceira questão



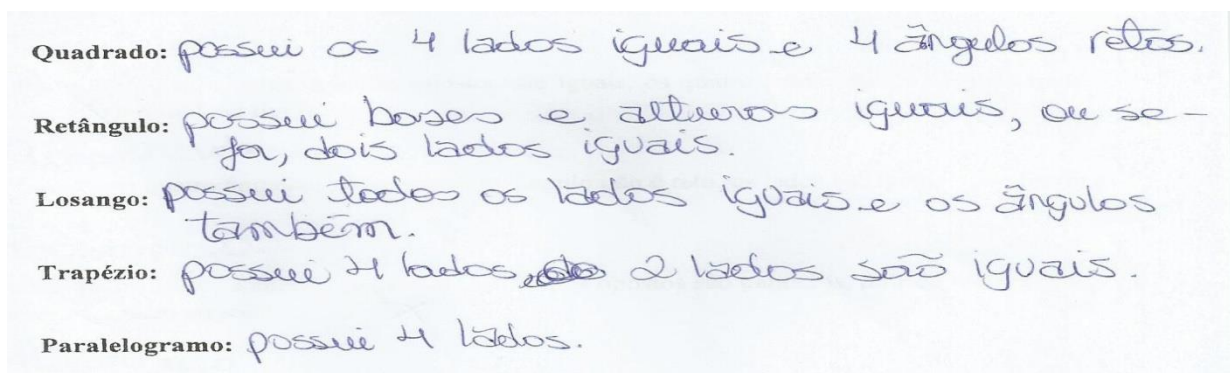
Fonte: registro do aluno

Podemos observar por meio das respostas desse estudante que ele não possui um grau de maturidade suficiente para se encontrar no terceiro nível do modelo, dando suas respostas de acordo com Jaime (1993), do tipo dois e com um grau de porcentagem entre 15% a 40% de valor de aquisição baixa.

No Tipo 2: as respostas matematicamente incorretas ou muito incompletas, porém, percebe-se que houve certo nível de raciocínio de níveis anteriores, por suas respostas breves.

As respostas de todos os estudantes do Colégio particular enquadraram-se entre o tipo de resposta um e o tipo de resposta dois, mostrando que os alunos do colégio Certo nessa questão não apresentaram habilidades para se classificarem no terceiro nível do modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele. A única exceção foi o estudante 14, que deu uma resposta do tipo 03, por utilizar um vocabulário matemático mais adequado, com respostas um pouco mas formais, corretas, mas ainda incompletas. (Figura 04)

Figura 04 – Resposta do estudante 14 na terceira questão



Fonte: Registro do aluno

O estudante 14 foi uma exceção entre os 28 estudantes participantes dessa pesquisa, pois pudemos observar por suas respostas que houve um indicio de raciocínio de acordo com o nível, porém suas respostas ainda são muito incompletas e, em alguns casos com erros.

Pelo teste de Jaime podemos dizer que este estudante possui um valor percentual de acerto entre 40% a 60% com o valor de aquisição no nível intermediário, o que nos levar a crer que este estudante pode estar em fase de transição para o terceiro nível do modelo, porém, ainda não o domina adequadamente.

3.4.4 Análise da quarta questão

A quarta e última questão com relação a conteúdos específicos da Geometria trabalhava apenas o terceiro nível do modelo de pensamento geométrico dos Van Hiele. Consideramos esta questão difícil para os estudantes concluintes do Ensino Fundamental, porém, uma questão desse nível deveria ser proposta para identificarmos se algum estudante

participante desta pesquisa dominava os três primeiros níveis do modelo de pensamento geométrico, dentro dos padrões, de acordo com seu nível de escolaridade.

Apresentamos essa questão em forma de brincadeira, conhecida como a brincadeira da adivinhação: o que é o que é?

Os alunos deveriam identificar as figuras geométricas através de suas propriedades descritas, por exemplo: tenho quatro lados, somente um par de meus lados opostos são paralelos, dois de meus ângulos são retos, quem sou eu?

Dessa forma o aluno deveria conhecer as propriedades descritas, possuir um alto nível de habilidade visual para construir tais figuras em seu pensamento e analisar criteriosamente cada uma das propriedades.

Consideramos que questão é interessante tendo sido proposta no trabalho desenvolvido por Nasser (1998) no projeto fundão na UFRJ, intitulado Geometria segundo a teoria dos Van Hiele, e resolvemos incluí-la em nosso questionário.

Poucos estudantes da escola pública tentaram responder a questão de número cinco. A grande maioria deixou em branco e os que tentaram responder não obtiveram êxito em suas respostas. Um único estudante da escola pública conseguiu acertar metade das respostas. Os resultados se encontram na tabela 05.

Tabela 05 – Resultados obtidos na quarta questão pelos alunos da escola pública

E	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
%	0	0	50	0	0	0	0	0	0	0	0

Fonte: elaborada pelo autor

Devido ao histórico de acertos das questões anteriores desse estudante, podemos considerar a hipótese desse seu acerto, mesmo que pequeno, ter-se remetido a sorte, pois a questão permitia esse tipo de situação, podendo ele ter escrito a palavra certa no local certo.

Com relação aos estudantes da escola privada, não obtivemos um resultado satisfatório, porém, obtivemos um resultado um pouco melhor se comparado ao resultado obtido pelos estudantes da escola pública (Tabela 06).

Tabela 06 – Resultados obtidos na quarta questão pelos alunos da escola privada

E	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
%	25	25	50	25	0	25	50	25	25	100	25	0	50	0	0	0	0

Fonte: elaborada pelo autor

Seis estudantes de um total de 17, obtiveram uma anulação completa nessa questão, ou seja, deixaram a questão em branco ou responderam todos os itens de forma incorreta. Sete alunos acertaram apenas um item; três alunos acertaram dois itens e apenas um aluno acertou todos os itens.

Direcionamos nosso olhar nessa questão para o estudante 21 que mostrou um acerto de 100% na questão que classificamos como a questão mais difícil de todo o questionário. Observando histórico de acerto deste estudante nas questões anteriores, é visível que ele possui algumas habilidades também presentes nos níveis anteriores e possivelmente será um dos estudantes que se encontrar com o mais avançado nível do modelo de pensamento geométrico entre os estudantes participantes da pesquisa.

3.4.5 Percepções acerca da quinta questão

Nessa sexta questão buscamos saber dos estudantes o que eles acharam do questionário aplicado com eles. Perguntamos no item A o que eles acharam das questões propostas, podendo classificá-las entre fáceis ou difíceis e por quais motivos.

Obtivemos vários tipos de respostas, porém, quase todos queria dizer a mesma coisa.

Alguns alunos deram o seguinte tipo de resposta:

- ✚ Fáceis, o negócio é prestar atenção nas figuras e saber decifrar os nomes delas (Estudante 03);
- ✚ Fáceis, motivo de ser coisa simples, porém, difícil pelo motivo que não lembro mais dos assuntos (Estudante 07);
- ✚ Fácil, por que é simples, mas eu já esqueci tudo, menos quadrado e tal (Estudante 17);
- ✚ Mais ou menos, porque já faz um bom tempo que estudei esses assuntos (Estudante 25).

Essas foram algumas respostas dadas pelos estudantes. Os demais também responderam quase a mesma coisa, a grande maioria dizendo que era fácil e justificando com suas palavras o porquê de, mesmo as questões sendo fáceis, sentirem dificuldade em respondê-las. Outros disseram que era difícil por fazer muito tempo que tinham estudado tais assuntos.

O estudante 14 nos deu uma resposta um pouco mais interessante para o foco da nossa pesquisa (figura 06).

Figura 06- Resposta do estudante 14 na sexta questão

6. Responda as questões com suas palavras:

a. O que você achou das questões propostas, fáceis ou difíceis, por qual motivo?

Médio, pois nunca gostei de geometria.

b. Você já tinha estudado esses conteúdos antes na escola?

Sim.

Fonte: registro do aluno

Esse aluno disse em sua resposta que nunca gostou de Geometria, mesmo assim, obteve um resultado um pouco melhor do que os outros estudantes participantes dessa pesquisa. Podemos acreditar que se esse aluno fosse estimulado por seus professores, se ele buscasse estudar e adquirir um pouco mais de conhecimento geométrico, desenvolvendo suas habilidades geométricas, esse aluno poderia alcançar um desempenho um pouco melhor e, conseqüentemente, chegar a um nível mais elevado no modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico dos Van Hiele.

O item B da sexta questão perguntava apenas se esses conteúdos já tinham sido estudados em sala de aulas pelos alunos. Todos os estudantes responderam que sim, alguns ressaltando que já fazia tempo, mas todos responderam que sim.

Com a apresentação dos dados coletados nessa questão encerramos a análise dos dados obtidos com o questionário investigativo aplicado com os estudantes das turmas do 9º Ano de ambas as escolas.

Com base nesses resultados e com o auxílio do teste apresentado por Jaime (1993), identificamos os níveis de cada um dos estudantes participantes de nossa pesquisa dentro do modelo dos Van Hiele na seção seguinte.

3.4.6 Classificação dos estudantes em um determinado nível do pensamento geométrico por meio dos testes de identificação

Para classificar cada estudante em um nível do pensamento geométrico e tornar a análise mais objetiva, adotamos a estratégia de uma ponderação numérica para cada questão, de acordo com cada nível do pensamento geométrico. Foram utilizadas para a avaliação as questões de 1 a 4, já que a questão 5 trata de uma análise subjetiva de percepção da turma sobre as atividades propostas. O peso atribuído a cada questão está expresso no quadro 02.

Quadro 02 – Ponderação da pontuação das questões avaliativas de acordo com os Níveis de Van Hiele

QUESTÃO	NÍVEL DE VAN HIELE	PONTUAÇÃO
1	Nível 1	1,5
2	Transição para o Nível 2	2,0
3	Nível 2	3,0
4	Nível 3	3,5
Pontuação Máxima:		10,0

Fonte: elaboração do autor

Para atribuir a pontuação a cada questão utilizamos como inspiração os testes utilizados por Jaime (1993). Assim, calculamos a pontuação de cada questão, ponderando o valor máximo da questão com o percentual do nível de aquisição avaliado pela resposta do aluno, conforme a tabela 09 a seguir:

Tabela 07 – Valores para cada situação de resposta

Aquisição	Valores
Nula	0% a 15%
Baixa	15% a 40%
Intermediária	40% a 60%
Alta	60% a 85%
Completa	85% a 100%

Fonte: Jaime (1993)

Com base no somatório de pontos de cada questão, foi atribuída uma nota, de zero a dez, para a avaliação individual. Em seguida, com base nessa nota, buscamos definir uma faixa de pontuação para determinar o nível a ser atribuído ao aluno. Foram arbitradas as seguintes faixas de acordo com cada nível de Van Hiele apresentado no quadro 03.

Quadro 03 – Faixas para a classificação da nota de acordo com nível de Van Hiele

NOTA DO QUESTIONÁRIO (N)	NÍVEL DE VAN HIELE ATRIBUÍDO
$N \leq 2$	Nível 1
$2 < N \leq 4$	Transição para o Nível 2
$4 < N \leq 6$	Nível 2
$6 < N \leq 8$	Transição para o Nível 3
$8 < N \leq 10$	Nível 3

Fonte: elaborado pelo autor

Essas faixas foram utilizadas para classificar cada aluno, com base na sua nota, e também para classificar a turma inteira com base na média aritmética das notas.

Para os estudantes do 9º Ano da Escola pública, foram corrigidas as avaliações e estabelecidos o nível de aquisição em cada questão, conforme o quadro 04.

Quadro 04 – Situação de cada aluno da escola pública acerca de cada questão

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão
01	Completo	Baixa	Nula	Nula
02	Nulo	Nula	Nula	Nula
03	Intermediária	Completa	Nula	Intermediária
04	Alta	Completa	Nula	Nula
05	Intermediária	Completa	Nula	Nula
06	Completa	Completa	Nula	Nula
07	Completa	Completa	Nula	Nula
08	Completa	Completa	Nula	Nula
09	Alta	Completa	Nula	Nula
10	Completa	Completa	Nula	Nula
11	Completa	Nula	Nula	Nula

Fonte: elaborada pelo autor

Com base nos níveis de aquisição de cada questão, foi atribuído um percentual correspondente de acerto, para realizar a ponderação com a nota máxima de cada questão. Os percentuais atribuídos para a turma dos alunos participantes da escola pública encontram-se na tabela 10.

Tabela 08 – Resultado geral em forma de % dos estudantes da escola pública

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão
01	91%	33%	0%	0%
02	0%	0%	0%	0%
03	55%	100%	0%	50%
04	73%	100%	0%	0%
05	55%	100%	0%	0%
06	91%	100%	0%	0%
07	91%	100%	0%	0%
08	82%	100%	0%	0%
09	82%	100%	0%	0%
10	91%	100%	0%	0%
11	91%	0%	0%	0%

Fonte: elaborado pelo autor

Assim, chegou-se à atribuição de pontos de cada questão, à nota da avaliação de cada aluno, e o correspondente nível do pensamento geométrico, com base nas faixas atribuídas na Tabela 10. Os resultados para essa primeira turma estão expressos no quadro 05 a seguir:

Quadro 05 – os resultados da turma participante da escola pública

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão	NOTA	Nível de Van Hiele Atribuído
1	0,91	0,50	0,00	0,00	1,4100	Nível 1
2	0,00	0,00	0,00	0,00	0,0000	SEM IDENTIFICAÇÃO
3	0,55	1,50	0,00	1,50	3,5500	Transição para o 2
4	0,73	1,50	0,00	0,00	2,2300	Transição para o 2
5	0,55	1,50	0,00	0,00	2,0500	Transição para o 2
6	0,91	1,50	0,00	0,00	2,4100	Transição para o 2
7	0,91	1,50	0,00	0,00	2,4100	Transição para o 2
8	0,82	1,50	0,00	0,00	2,3200	Transição para o 2
9	0,82	1,50	0,00	0,00	2,3200	Transição para o 2
10	0,91	1,50	0,00	0,00	2,4100	Transição para o 2
11	0,91	0,00	0,00	0,00	0,9100	Nível 1

Fonte: elaborado pelo autor

Com base nos dados expostos e na média aritmética das notas, podemos então afirmar que os estudantes do 9º Ano da escola pública, estão em transição para o nível 2, segundo o modelo dos Van Hiele. Ressalta-se que em relação a um dos alunos que deixou a prova em branco, não foi possível identificar o seu nível, por isso sua nota zero não foi considerada no cálculo da média aritmética da turma. Podemos concluir também que nenhum estudante se encontra ainda em pelo menos no nível 2, o que podemos apontar como um resultado insatisfatório.

Procedimento idêntico foi realizado para os estudantes do colégio particular. Os níveis de aquisição de cada questão estão expressos no quadro 06, a seguir:

Quadro 06 – Situação de cada aluno da escola privada acerca de cada questão

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão
12	Alta	Completa	Nula	Baixa
13	Alta	Completa	Baixo	Baixa
14	Completa	Completa	Intermediária	Intermediária
15	Completa	Completa	Nula	Baixa
16	Completa	Completa	Nula	Nula
17	Completa	Completa	Nula	Baixa
18	Completa	Completa	Nula	Intermediária
19	Intermediária	Completa	Nula	Baixa
20	Completa	Completa	Nula	Baixa
21	Completa	Completa	Nula	Completa
22	Completa	Completa	Nula	Baixa
23	Completa	Completa	Nula	Nula
24	Intermediária	Completa	Nula	Intermediária
25	Completa	Completa	Nula	Nula
26	Completa	Completa	Nula	Nula
27	Completa	Completa	Nula	Nula
28	Completa	Completa	Nula	Nula

Fonte: elaborado pelo autor

Com base nos níveis de aquisição de cada questão foi atribuído um percentual correspondente de acerto, para realizar a ponderação com a nota máxima de cada questão. Os percentuais atribuídos para a turma dos alunos participantes da pesquisa do colégio particular, encontra-se na tabela 11.

Tabela 09 – Resultado geral em forma de % dos estudantes da escola privada

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão
12	82%	100%	0%	25%
13	73%	100%	30%	25%
14	100%	100%	50%	50%
15	100%	100%	0%	25%
16	91%	100%	0%	0%
17	100%	100%	0%	25%
18	91%	100%	0%	50%
19	55%	100%	0%	25%
20	91%	100%	0%	25%
21	100%	100%	0%	100%
22	100%	100%	0%	25%
23	91%	100%	0%	0%
24	46%	100%	0%	50%
25	100%	100%	0%	0%
26	100%	100%	0%	0%
27	91%	100%	0%	0%
28	91%	100%	0%	0%

Fonte: elaborado pelo autor

Assim, chegamos à atribuição de pontos de cada questão, à nota da avaliação de cada aluno, e o correspondente nível do pensamento geométrico, com base nas faixas atribuídas na tabela 11. Os resultados para turma do colégio particular estão expressos no quadro 07.

Quadro 07 - os resultados da turma participante da escola particular

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão	NOTA	Nível de Van Hiele Atribuído
12	0,82	1,50	0,00	0,75	3,07	Transição para o 2
13	0,73	1,50	0,75	0,75	3,73	Transição para o 2
14	1,00	1,50	1,25	1,50	5,25	Nível 2
15	1,00	1,50	0,00	0,75	3,25	Transição para o 2
16	0,91	1,50	0,00	0,00	2,41	Transição para o 2

17	1,00	1,50	0,00	0,75	3,25	Transição para o 2
18	0,91	1,50	0,00	1,50	3,91	Transição para o 2
19	0,55	1,50	0,00	0,75	3,80	Transição para o 2
20	0,91	1,50	0,00	0,75	3,16	Transição para o 2
21	1,00	1,50	0,00	3,00	5,50	Nível 2
22	1,00	1,50	0,00	0,75	3,25	Transição para o 2
23	0,91	1,50	0,00	0,00	2,41	Transição para o 2
24	0,46	1,50	0,00	1,50	3,46	Transição para o 2
25	1,00	1,50	0,00	0,00	2,50	Transição para o 2
26	1,00	1,50	0,00	0,00	2,50	Transição para o 2
27	0,91	1,50	0,00	0,00	2,41	Transição para o 2
28	0,91	1,50	0,00	0,00	2,41	Transição para o 2

Fonte: elaborado pelo autor

Com base nos dados expostos, e na média aritmética das notas, podemos então afirmar que os estudantes do colégio particular, estão em transição para o nível 2, segundo o modelo dos Van Hiele. Ao observamos essas tabelas concluímos que os resultados obtidos pelos estudantes da escola privada foram mais satisfatórios do que os estudantes da escola pública em termos percentuais. Assim finalizamos também nossa análise com relação aos estudantes da escola privada, observando dentro dos padrões do Ensino Fundamental, que quinze alunos ainda se encontram em transição do nível 01 para o nível 02, ou seja, dominam o nível 01 mas ainda não possuem habilidades suficientes para estar no nível 02. Dois estudantes estão no nível 02 do modelo dos Van Hiele.

Destaca-se que o grande desafio para essa classificação é a atribuição de pontuação para cada questão e também a faixa de nota para o enquadramento em cada nível do modelo dos Van Hiele. Entretanto, o resultado obtido com a turma da escola pública nos levou a concluir que a mesma se encontra em transição para o nível 2, e o resultado dos estudantes do colégio particular, permitiu-nos observar que a turma se encontra também em transição para o nível 2, porém, com um percentual um pouco mais alto em termo de acerto, que corresponde com a percepção subjetiva obtida durante a aplicação do questionário, o que nos leva a

acreditar que as ponderações adotadas para cada questão e as faixas atribuídas para cada nível do pensamento geométrico, foram satisfatórias.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo da nossa pesquisa foi investigar, com base no Modelo desenvolvido pelos Van Hiele, o nível de pensamento geométrico do conceito de quadriláteros, de estudantes que estão concluindo o Ensino Fundamental em escolas na cidade de Rio Tinto – PB. Oferecemos a toda comunidade acadêmica, e outros interessados, um resultado pontual acerca de como os estudantes de algumas escolas da cidade de Rio Tinto/PB estão concluindo o Ensino Fundamental.

Para oferecer essa contribuição ao ensino da Matemática, com foco no Ensino de Geometria, buscamos nos aprofundar em conhecimentos específicos da área, por meio de pesquisas relacionadas à nossa temática discutida ao longo deste trabalho. A elaboração e o desenvolvimento das etapas apresentadas nas seções anteriores foram fundamentais para a conclusão desta pesquisa.

O desenvolvimento da nossa pesquisa estendeu-se por quatro etapas, sendo a primeira direcionada para o estudo e escolha de referências bibliográficas; em seguida a elaboração e aplicação do questionário investigativo; depois as análises dos dados obtidos pelo instrumento de pesquisa e, por fim, a escrita deste trabalho.

Resolvemos utilizar como aporte teórico o Modelo dos Van Hiele, porém, por decisão nossa, contemplamos apenas os três primeiros níveis: visualização, análise e dedução formal, por entendemos que, ao trabalharmos com estudantes do Ensino Fundamental, esses seriam os três níveis mais apropriados a serem pesquisados.

O nosso questionário investigativo contemplou questões abertas e fechadas, todas com o objetivo de, após a correção das respostas obtidas e com o auxílio das formas de identificação de Usiskin e Jaime, apresentadas por eles em suas teses de doutorados, e por meio da atribuição de notas que atribuímos a cada uma das questões do questionário investigativo, identificarmos os níveis dos estudantes participantes da pesquisa de acordo com o Modelo do Pensamento Geométrico.

Buscamos investigar o nível de conhecimento dos estudantes acerca de conteúdos específicos da Geometria em nossas cinco primeiras questões. Nossa última questão nos possibilitou saber dos alunos o que eles acharam das questões propostas e se o conteúdo ali abordado já foi estudado por eles em séries anteriores, quando todos nos deram a resposta afirmativa.

Por meio da nossa primeira questão pudemos investigar as habilidades demonstradas pelos estudantes na resolução, lembrando que a primeira atividade trabalhou apenas o nível de visualização. É interessante destacarmos que 75% dos nossos pesquisados não assinalaram o

quadrilátero de forma não convexa entre as respostas corretas, nos levando a crer que estes estudantes não possui uma familiaridade com tais quadriláteros.

Nossa segunda questão envolveu o nível de visualização e o nível de análise, na qual obtivemos um resultado mais satisfatório nas respostas dos alunos, pois houve uma grande porcentagem de acerto. Remetemos também ao nível de dificuldade da questão, porém, mesmo sendo uma questão considerada fácil, ainda houve erros e omissão nas respostas de alguns estudantes.

A terceira questão era relativa ao terceiro nível do modelo, onde pedimos para os estudantes descreverem com as suas palavras as características de cada quadrilátero, de forma que essas características pudessem defini-los. Obtivemos um resultado bastante insatisfatório e que já merece um pouco mais de atenção dos professores em sala de aula, pois não obtivemos nenhuma resposta completamente correta, fazendo-nos crer que os estudantes realmente não conhecem os quadriláteros por suas características, mas apenas por suas formas.

Após a finalização da análise dos dados, pudemos identificar o nível de cada um dos estudantes participantes da pesquisa, sendo um total de 28 alunos, 11 da escola pública e 17 da particular, os estudantes da instituição privada apresentaram um resultado um pouco melhor do que os estudantes da pública, porém, ambos os sujeitos apresentaram resultados insatisfatória de acordo com o nível de escolaridade em que se encontravam.

Em nossos resultados de pesquisa pudemos observar que nenhum aluno pesquisado se encontrava no terceiro nível dos Van Hiele, fato este que merece nossa atenção e preocupação, pois como foi dito em nosso referencial teórico, o esperado seria que os alunos concluíssem o Ensino Fundamental no terceiro nível do Modelo do Pensamento Geométrico, para que pudessem desenvolver no Ensino Médio um campo mais abstrato com relação ao ensino da Geometria.

Espera-se que esta pesquisa e seus resultados possam contribuir para a comunidade acadêmica, influenciando outros pesquisadores a investigassem essa mesma temática e que este trabalho possa servir como fonte para futuras pesquisas.

Esperamos também que outros pesquisadores apresentem interesse em buscar outros resultados por outras fontes, como, por exemplo, com a utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação/TIC trabalhando com a Geometria Dinâmica.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – 3º e 4º ciclos**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/SEB, 2006.v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Plano de Desenvolvimento da Educação**. Brasília: MEC, 2011.

CROWLEY, M.L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A.P.(Orgs). **Aprendendo e ensinando geometria**. Tradução de Hygine H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

DANTE, L, R. **Livro didático de matemática: uso ou abuso?** Brasília, ano 16, n.69, jan./mar. 1996.

FILLOS, L.M. O ensino da geometria: depoimentos de professores que fizeram história. In: **Encontro brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática**,10. Belo Horizonte. FACULDADE DE EDUCAÇÃO, 2006, p.1-7.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em Educação Matemática: Percursos teóricos e metodologias**/ Dario Fiorentini, Sergio Lorenzato. – Campinas, SP: Autores associados, 2006.

GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa**.4ª ed. São Paulo: Atlas,2008.

LOPES, D.O. ; CANDIDO, C, C . Testes para verificação dos níveis de aprendizado em geometria. In: **III Simpósio de Iniciação Científica e Pós-Graduação - IMEUSP**, 2007, São Paulo. Atas do III Simpósio de Iniciação Científica e Pós-Graduação - IMEUSP, 2007.

LORENZATO, S. **Porque não ensinar Geometria? A Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, Ano III, n. 4, 1995.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Álgebra ou Geometria: para onde pende o pêndulo? **Pró-Posições**. São Paulo: Cortez, v. 3, n.1[7], p. 39-54, mar. 1992.

NASSER, L; SANT'ANNA, N. P. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Instituto de Matemática. Projeto Fundação. Rio de Janeiro: UFRJ, 1998.

PAIVA, J. P. A. A. **O Estudo da Simetria inspirados em Resultados de Pesquisa em Etnomatemática**. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2003, 150 p.

JAIME, A. **Aportaciones a La Interpretación y Aplicación Del Modelo de Van Hiele: La Enseñanza de La Isometrías Del Plano. La Evolución Del Nivel de Razonamiento**. 1993. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Universidade de Valencia, 1993, 379 p.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários a prática educativa**. Editora Paz e terra. Ed. 36°. Coleção saberes. 1996.

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências**. **Revista Zetetiké**, Campinas, ano 1, n. 1, p. 7-17, mar. 1993.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. **Matemática**. São Paulo: Autores Associados, 2009. 3ª. Edição, 2009.

USISKIN, Z. **Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry**. 1982. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Chicago, 1982, 227 p.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula**; Tradução Paulo Henrique Colonese. – 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE



UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS APLICADAS E EDUCAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS

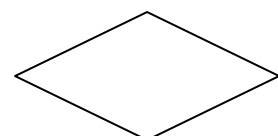
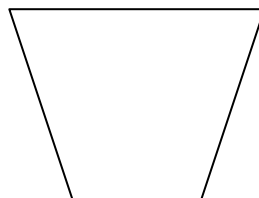
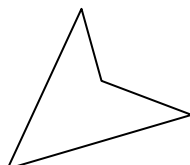
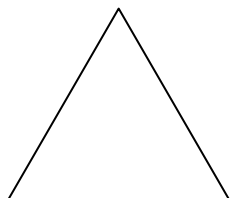
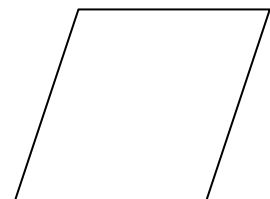
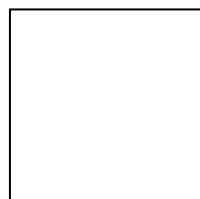
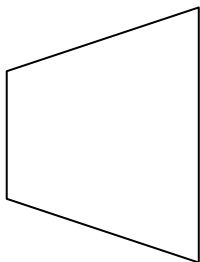
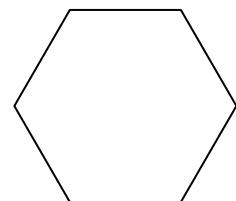
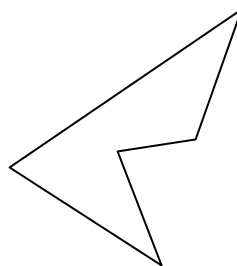
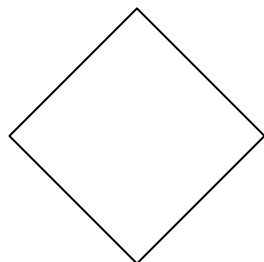
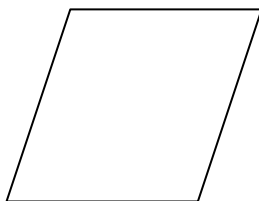
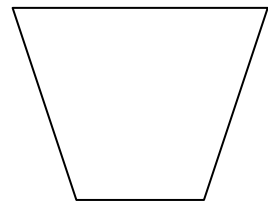
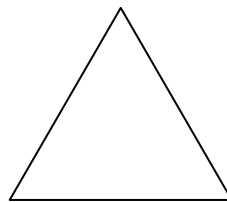
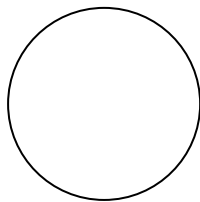
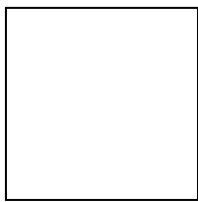
Prezado(a) estudante(a),

Pedimos que, por gentileza, o(a) Sr(a). respondam as perguntas do questionário abaixo. Este questionário tem o objetivo de realizarmos uma avaliação acerca de nossa proposta do ensino e aprendizagem dos conceitos e conteúdos da Geometria. Suas respostas são importantes para nossa pesquisa. Não é necessário identificar-se.

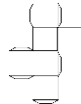
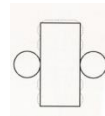
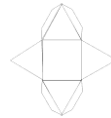
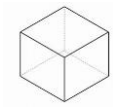
Agradecemos sua colaboração.

INSTRUMENTO AVALIATIVO

1. Identifique quais das figuras abaixo são quadriláteros:



2. Assinale cada sólido a sua devida planificação:



3. Quando conhecemos duas pessoas muito parecidas e queremos diferenciar uma da outra, dizemos normalmente às características que as deixam diferente, ou seja, o que uma tem que a outra não tem. Se possível reescreva as propriedades mínimas de cada uma das figuras de forma que sejam suficientes para identificar cada uma delas.

Quadrado:

Retângulo:

Losango:

Trapézio:

Paralelogramo:

4. Agora vamos brincar de adivinhar qual é a figura?

A figura tem quatro ângulos, pelo menos um ângulo não é reto, pelo menos um lado é paralelo ao seu lado oposto e os lados opostos são iguais. Que figura é essa?

A figura tem quatro lados, ângulos opostos são iguais, os quatro lados são iguais, pelo menos um ângulo é reto. Que figura é essa?

A figura tem quatro ângulos, pelo menos um ângulo não é reto, os lados são iguais. Que figura é essa?

Tenho quatro lados, somente um par de meus lados opostos são paralelos, dois de meus ângulos são retos. Quem eu sou?

5. Responda as questões com suas palavras:

- a. O que você achou das questões propostas, fáceis ou difíceis, por qual motivo?

- b. Você já tinha estudado esses conteúdos antes na escola?